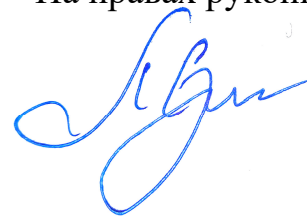


На правах рукописи



ВЕШКИН Максим Сергеевич

**РАСЧЁТ И ОПТИМИЗАЦИЯ УПРУГИХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ ПРИ
ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ**

2.1.9. Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Томск – 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)» (ФГБОУ ВО «НГАСУ (Сибстрин)»))

Научный руководитель: **ГРЕБЕНЮК Григорий Иванович**
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты: **ДМИТРИЕВА Татьяна Львовна**
доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой механики и сопротивления материалов Иркутского национального исследовательского технического университета
КРАСНОРУЦКИЙ Дмитрий Александрович
кандидат технических наук, доцент кафедры прочности летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета (НГТУ)

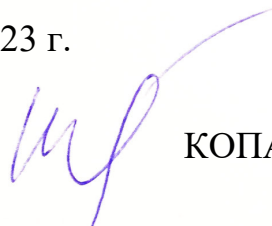
Ведущая организация: **ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет»**

Защита состоится « 3 » марта 2023 г. в 10-00 на заседании диссертационного совета 24.2.414.01 при ФГБОУ ВО «Томский государственный архитектурно-строительный университет» по адресу: 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, корп. 2, ауд. 303.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФГБОУ ВО «Томский государственный архитектурно-строительный университет» по адресу: 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, а также на сайте <http://www.tsuab.ru>.

Автореферат разослан «__» _____ 2023 г.

Ученый секретарь диссертационного совета



КОПАНИЦА Н.О.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Динамические воздействия в настоящее время вносят существенный вклад в напряжённо-деформированное состояние (НДС) строительных конструкций. Это влияние обусловлено повышением высотности зданий и сооружений, их парусностью вследствие укрупнения строительных объектов, а также ростом динамических нагрузок техногенного происхождения. Необходимость экономии материала неизбежно снижает надёжность зданий и сооружений. Все эти факторы требуют тщательного учёта влияния динамических составляющих внешних воздействий при расчёте зданий и сооружений.

Среди динамических воздействий импульсного характера существенную роль играют как природные (ветровые и сейсмические воздействия, прибойные волны в водоёмах), так и техногенные воздействия (нагрузки от ударного оборудования, движущихся объектов и т.п.). При аварийных и чрезвычайных ситуациях имеют место падения объектов на конструкции, ударные волны от взрывов, прогрессирующие разрушения и т.д.

В отличие от продолжительных гармонических нагрузок, для которых, зачастую, достаточно ограничиться расчётом на установившиеся вынужденные колебания, при импульсных воздействиях, как при любых произвольно меняющихся во времени нагрузках, необходимо рассмотрение динамического отклика системы в течение некоторого промежутка времени. Также необходимо учитывать начальные условия на границах интервалов времени. В результате длительность расчётов может существенно возрасти.

Учёт влияния внутреннего демпфирования, вызывающего затухание колебаний рассматриваемой системы, является очень важным для достижения необходимой точности динамического расчёта конструкций как в случае множественных (в т.ч. периодических), так и в случае одиночных динамических воздействий.

В алгоритмах оптимизации существенным фактором является снижение трудоёмкости вычислительного процесса при перерасчётах системы в связи с их большим количеством, но при этом должна сохраняться удовлетворительная точность динамических расчётов.

Не менее актуальным является разработка и развитие алгоритмов оптимального (рационального) проектирования для решения задач оптимизации систем при действии динамических и, прежде всего, импульсных нагрузок.

Применение разработанных алгоритмов расчёта и оптимизации позволит получить рациональные проекты систем, способных эффективно воспринимать заданные динамические, в том числе импульсные, нагрузки, что даёт возможность принимать технически обоснованные решения для обеспечения требуемой надёжности и, в то же время, экономичности.

Степень разработанности темы. В последнее время встречается достаточное количество исследований, посвящённых развитию динамических расчётов в отношении отдельных элементов и узлов с учётом определённых свойств материалов, а также учёту различных случаев нелинейности физических либо геометрических свойств элементов и систем. Что касается исследований, посвящённых вопросам оптимального проектирования систем, подверженных

динамическим, в частности импульсным, воздействиям, то их крайне мало. Это направление требует развития, как в теоретической части, так и в области практической реализации алгоритмов оптимизации.

Цель диссертационной работы. Целью исследования является развитие методов динамического расчёта и методов оптимизации стержневых систем, при импульсных воздействиях.

Задачи исследования:

1. Анализ существующих исследований, посвященных динамическому расчёту и оптимизации конструкций, зданий и сооружений, включая анализ разработанных ранее моделей внутреннего трения.
2. Модификация учёта внутреннего трения в стержневых системах, включающих элементы из различных материалов, и разработка алгоритма динамического расчёта на свободные колебания и неустановившиеся вынужденные колебания на основе данной модификации.
3. Программная реализация модуля динамического расчёта для разработанного алгоритма и экспериментальная проверка достоверности расчётов, выполненных с помощью данного программного модуля.
4. Развитие метода декомпозиции пространства варьируемых параметров в задачах оптимизации стержневых систем, подверженных импульсным воздействиям на основе направленного обобщения варьируемых параметров сечений и дополнительных масс.

Объект исследования – стержневые системы, подверженные динамическим, в частности, импульсным воздействиям.

Предмет исследования – динамические характеристики системы (частоты и формы собственных колебаний), изменение характеристик напряжённо-деформированного состояния стержневой системы во времени (усилия, напряжения, перемещения, скорости и ускорения точек системы), рациональная компоновка элементов системы с учётом их жесткостных, инерционных и демпфирующих характеристик.

Научная новизна исследования:

1. Предложена модификация комплексной модели внутреннего трения, разработанной Е.С. Сорокиным, для учёта различных свойств внутреннего трения в элементах неоднородных стержневых систем, существенно уточняющая результаты динамических расчётов.
2. Предложено развитие метода декомпозиции пространства варьируемых параметров в задачах многопараметрической оптимизации стержневых систем, подверженных импульсным воздействиям, в части формирования матрицы базисного преобразования и разработки критериев определения её компонент для различных видов варьируемых параметров и активных ограничений.
3. На основании численных исследований с использованием разработанных алгоритмов получены и систематизированы данные о рациональном распределении жесткостных характеристик стержневых систем и значений дополнительных узловых масс при действии импульсных нагрузок.

Теоретическая и практическая значимость результатов исследования:

1. С использованием предложенной модификации комплексной модели внутреннего трения разработаны алгоритмы, позволяющие выполнять расчёты упругих неоднородных стержневых систем с конечным числом степеней свободы с учётом внутреннего трения в материале элементов при свободных колебаниях и при действии произвольно меняющихся во времени динамических нагрузок. Использование дискретно-континуального подхода обеспечило значительное снижение трудоёмкости таких расчётов, что позволило успешно использовать разработанные алгоритмы в составе комплекса поиска оптимального решения.
2. Развитие метода декомпозиции пространства варьируемых параметров позволило значительно снизить трудоёмкость решения задач многопараметрической оптимизации в отношении систем, испытывающих действие импульсных нагрузок, сохраняя при этом точность решения.

Предложенные в диссертационной работе методики, алгоритмы и их программные реализации, а также полученные данные рекомендуются для использования в проектных, научно-исследовательских организациях.

Теоретическая и практическая значимость выполненных разработок подтверждается поддержкой гранта МО и Н РФ №2.1.2./4822 (2009 г.).

Внедрение результатов работы. Полученные результаты (методики, алгоритмы расчёта и данные расчётов) используются в учебном процессе НГАСУ (Сибстрин) в курсе «Динамика и устойчивость сооружений», читаемом студентам, обучающимся по специальности 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений» и по специальности 08.03.01 «Промышленное и гражданское строительство». Результаты исследования внедрены в проектной организации ООО «Техпром-Инжиниринг» (г. Новосибирск).

Методы исследования. В качестве методологической базы при выполнении исследования использовались основные положения и методы строительной механики, сопротивления материалов и теории упругости, а также теории нелинейного математического программирования.

Положения, выносимые на защиту:

1. Модификация комплексной модели внутреннего трения, разработанной Е.С. Сорокиным, для случая неоднородных стержневых систем.
2. Алгоритмы расчёта стержневых систем с конечным числом степеней свободы при учёте внутреннего трения на свободные и неустановившиеся вынужденные колебания с использованием предложенной модификации комплексной модели внутреннего трения.
3. Развитие метода декомпозиции пространства варьируемых параметров на итерациях задачи многопараметрической оптимизации стержневых систем, подверженных импульсным воздействиям, в части формирования матрицы базисного преобразования и разработки критериев определения её компонентов для различных случаев варьируемых параметров и активных ограничений.

Достоверность результатов исследования обеспечивается корректным использованием общепринятых положений, методов строительной механики, сопротивления материалов, использованием апробированных численных методов расчёта стержневых систем и методов нелинейного математического

программирования. Достоверность разработанных алгоритмов и методики учёта внутреннего трения для неоднородных стержневых систем подтверждена экспериментальной проверкой результатов расчёта.

Личный вклад автора:

- разработка и программная реализация алгоритма расчёта стержневых систем с конечным числом степеней свободы с учётом внутреннего трения на свободные и вынужденные колебания с использованием модели внутреннего демпфирования материала, предложенной Е.С. Сорокиным;
- разработка и программная реализация методики учёта внутреннего демпфирования для системы элементов, выполненных из различных материалов и имеющих различные характеристики внутреннего трения в соответствии с вкладами отдельных элементов в общее внутреннее демпфирование по уровню энергии их деформации;
- экспериментальное обоснование методики учёта внутреннего демпфирования для системы элементов, выполненных из различных материалов;
- проведение расчётов с использованием разработанного программного модуля;
- формирование и решение задач оптимизации стержневых систем при импульсном воздействии.

Апробация результатов исследования.

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на конференциях различного уровня, а именно: на II-й Всероссийской конференции «Проблемы оптимального проектирования сооружений» (Новосибирск, 2011 г.); на 23-й «Всероссийской конференции по численным методам решения задач теории упругости и пластичности» (Барнаул, 2013 г.); на III-й Всероссийской конференции «Проблемы оптимального проектирования сооружений» (Новосибирск, 2014 г.); на 23-й международной научно-практической конференции «Природные и интеллектуальные ресурсы Сибири» (Томск, 2017 г.); на VII Международном симпозиуме «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» (Новосибирск, 2018 г.); на XII, XIII и XIV Всероссийских научно-технических конференциях «Актуальные вопросы архитектуры и строительства» (Новосибирск 2019, 2020, 2021 гг.).

Публикации. По материалам диссертационной работы опубликована 21 статья, включая 7 статей в журналах, входящих в перечень ВАК, а также 1 статью в журналах, индексированных в информационно-аналитической системе научного цитирования Scopus.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 114 наименований, а также 3 приложений. Текст диссертации изложен на 123 страницах, включает в себя 24 таблицы и 38 рисунков.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, обозначены объект и предмет исследования, определена цель исследования и сформулированы основные задачи, отмечена практическая и теоретическая

значимость работы, приведены положения, выносимые на защиту, дается краткая характеристика работы.

В первой главе приведён аналитический обзор истории развития базовых научных знаний в области динамики, учёта внутреннего трения при колебаниях, оптимизации конструкций, а также современных исследований, близких по тематике данной работе.

История динамических расчётов насчитывает несколько столетий. В XVII веке, опубликованы работы Х. Гюйгенса, Р. Гука, И. Ньютона, в XVIII веке работы Д'Аламбера, Ж.Л. Лагранжа, Л. Эйлера, в XIX веке работы У.Р. Гамильтона, Г.Р. Герца, Г.-Г. Кориолиса, М.В. Остроградского, К.Г. Якоби.

Наиболее ранние известные исследования внутреннего трения в материале отражены в работах У.Т. Кельвина, Дж.У. Рэлея, В. Фойгта, Дж. Максвелла.

В XX веке динамический анализ с учётом внутреннего трения в материале рассматривался в работах И.М. Бабакова, В.В. Болотина, И. Больцмана, В. Вольтерра, Н.Н. Давиденкова, А.Ю. Ишлинского, Р. Клафа, И.Л. Корчинского, А.Н. Крылова, А.Н. Обморшева, Я.Г. Пановко, В.Д. Потапова, Л.М. Резникова, А.Р. Ржаницына, Е.С. Сорокина, С.П. Тимошенко, А.Г. Тяпина, А.И. Цейтлина и других учёных.

Исследования, посвящённые развитию вопросов оптимального проектирования, приведены в работах Н.П. Абовского, Н.И. Абрамова, Я. Ароры, Н.В. Баничука, З. Васютынского, А.И. Виноградова, Л.Н. Воробьева, А.В. Геммерлинга, В.Н. Гордеева, Г.И. Гребенюка, Б.В. Гринева, Ван дер Платца, Б. Карихало, Д. Келлера, В.А. Киселева, А.А. Комарова, И.Б. Лазарева, М. Леви, К.А. Лурье, Л.С. Ляховича, Д.А. Мацелявичуса, З. Мроза, Ю.В. Немировского, Н. Ольхоффа, А.В. Перельмутера, В.А. Пермякова, Ю.М. Почтмана, В. Прагера, И.М. Рабиновича, Ю.А. Радцига, А.Р. Ржаницына, Д. Рожваны, А.П. Сейраняна, М. Тейлора, В.А. Троицкого, А.П. Филина, Э. Хога, К.М. Хуберяна, А.П. Чижаса, А.А. Чираса, Л. Шмидта и других учёных. В трудах этих ученых заложены основы теории оптимального проектирования, получены решения целого ряда практических задач, разработаны эффективные методы и алгоритмы расчёта.

Вопросам проектирования систем наименьшего объема с учётом ограничений по прочности, устойчивости и частоте собственных колебаний посвящены работы П.С. Баублиса, Л.Н. Воробьева, Т.Л. Дмитриевой, А.Ф. Елизарова, А.В. Ижендеева, А.П. Малиновского, А.В. Мищенко, Н. Ольхоффа, А.Б. Те, Б.А. Тухфатуллина, А.Г. Филиппова, Ю.Я. Юдина, В.В. Юрченко, Е.В. Янькова и других исследователей.

Проведен анализ некоторых современных работ, близких к тематике данного исследования.

Результаты анализа показывают большое количество работ, как *в области динамических расчётов* (А.М. Гуськов, Е.А. Коровайцева, А.В. Кузнецов, М.Г. Меза Эстрада, Г.Я. Пановко, В.Д. Потапов, Ю.А. Россихин, А.И. Рубан, В.И. Соболев, Нгуен Фу Туан, Е.С. Шепитько, М.В. Шитикова, А.Е. Шохин), так и *в области оптимального проектирования* (П.С. Баублис, Л.Н. Воробьев, Г.И. Гребенюк, Т.Л. Дмитриева, А.Ф. Елизаров, А.В. Ижендеев,

А.П. Малиновский, А.В. Мищенко, Ю.В. Немировский, Л.Е. Путеева, Б.А. Тухфтуллин, Е.В. Яньков). Но при этом работ, посвященных *оптимизации систем, подверженных динамическим воздействиям* крайне мало (А.А. Гаврилов, Г.И. Гребенюк И.Н. Серпик, А.И. Тютюнников и др.). Исследований, связанных с *оптимизацией систем, подверженных импульсным воздействиям*, практически нет.

Во второй главе приводится краткое описание импульсных нагрузок и способов их представления. Описаны этапы динамических расчётов в зависимости от вариантов представления импульсных воздействий, их периодичности.

Для определения НДС системы, подверженной действию импульсных нагрузок, необходимы три основных типа расчёта:

- расчёт на мгновенный импульс;
- расчёт на свободные колебания;
- расчёт на неустановившиеся вынужденные колебания.

Расчёт на действие статических нагрузок выполняется отдельно. Влияние этих нагрузок на динамические характеристики стержневой системы не рассматривается.

В случае рассмотрения импульсного воздействия как условно-мгновенного происходит приращение скоростей точек (узлов) системы. Система алгебраических уравнений для их определения имеет вид:

$$[m] \cdot \Delta \dot{Z} + R_s = 0, \quad (1)$$

здесь $[m]$ – матрица масс; $\Delta \dot{Z}$ – вектор приращений скоростей; R_s – вектор узловых «мгновенных реакций», вызванных мгновенными импульсами.

Решение (1), имеет вид:

$$\Delta \dot{Z} = -[m]^{-1} \cdot R_s. \quad (2)$$

Далее во второй главе приведено подробное изложение формирования и получения решения систем дифференциальных уравнений свободных и неустановившихся колебаний стержневых систем с конечным числом степеней свободы (основные неизвестные в уравнениях – функции перемещений узлов стержневой системы от времени и их ускорения) с учётом внутреннего трения материала по модели, предложенной Е.С. Сорокиным.

Модель внутреннего трения, предложенная Е.С. Сорокиным представляется неоднородным упруго-пластическим телом, для которого получена следующая взаимосвязь напряжений – деформаций в комплексной форме:

$$\sigma^*(t) = E_0 \cdot (u + i \cdot v) \cdot \varepsilon^*(t), \quad (3)$$

где $\sigma^*(t)$ и $\varepsilon^*(t)$ – напряжения и деформации, соответственно, представленные в комплексном виде; E_0 – модуль упругости;

u и v – параметры, зависящие от коэффициента внутреннего трения γ :

$$u = \frac{1 - 0,25 \cdot \gamma^2}{1 + 0,25 \cdot \gamma^2}, \quad v = \frac{\gamma}{1 + 0,25 \cdot \gamma^2}. \quad (4)$$

На рис. 1 приведена графическая интерпретация комплексного представления $\varepsilon^*(t)$ и $\sigma^*(t)$.

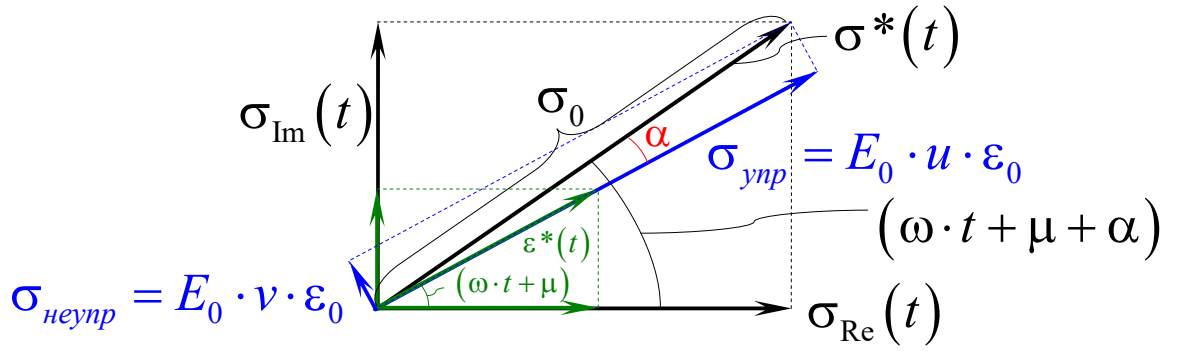


Рисунок 1 – Комплексное представление напряжений и деформаций

Векторы $\varepsilon^*(t)$ и $\sigma^*(t)$ совершают вращение в комплексной плоскости вокруг начала координат с частотой ω с учётом фазы μ . Проекции векторов $\varepsilon^*(t)$ и $\sigma^*(t)$ на вещественную ось определяют изменение $\varepsilon(t)$ и $\sigma(t)$; $\sigma_{унр}$ и $\sigma_{неунр}$ – соответственно, напряжения упругого и неупругого сопротивления. Мнимая единица в (3) математически означает отставание ε^* от $\sigma_{неунр}$ по времени на четверть периода.

С учётом (3) **система уравнений свободных колебаний** в компактной матричной форме принимает следующий вид:

$$[m] \cdot [\ddot{Z}^*] + (u + i \cdot v) \cdot [k] \cdot [Z^*] = 0, \quad (5)$$

здесь $[m]$ – матрица масс; $[k]$ – матрица внешней жесткости; $[Z^*]$ – вектор комплексных перемещений узлов; i – мнимая единица.

Для поиска решения применяем подстановку в виде:

$$[Z^*] = C \cdot [Z^{f*}] \cdot e^{\Omega^* \cdot t}, \quad (6)$$

$$[Z^{f*}] = [Z_{Re}^f] + i \cdot [Z_{Im}^f], \quad (7)$$

где Z^{f*} – комплексный вектор формы колебаний (по аналогии с собственными); Ω^* – комплексная частотная характеристика; t – время; C – константа.

В результате преобразований действительная часть решения (5) принимает вид:

$$[Z] = [Z^f] \cdot e^{-\left(\frac{\omega \cdot \gamma \cdot t}{\sqrt{4 + \gamma^2}}\right)} \cdot \left(C_1 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \omega \cdot t}{\sqrt{4 + \gamma^2}}\right) + C_2 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \omega \cdot t}{\sqrt{4 + \gamma^2}}\right) \right), \quad (8)$$

где $[Z^f] = [Z_{Re}^f]$; ω – частота собственных колебаний системы (без учёта трения); C_1 и C_2 – константы интегрирования, определяемые из начальных условий движения.

Далее приводится описание разработанного способа учёта внутреннего трения для стержневых систем, включающих элементы из различных материалов, при свободных колебаниях в виде обобщённого (эквивалентного) коэффициента

внутреннего трения стержневой системы для каждой собственной формы колебаний.

$$\gamma_{\text{ЭКВ},i} = \frac{\left[Z^{f(i)} \right]^T \cdot [k_\gamma] \cdot \left[Z^{f(i)} \right]}{\left[Z^{f(i)} \right]^T \cdot [k] \cdot \left[Z^{f(i)} \right]}, \quad (9)$$

$\left[Z^{f(i)} \right]$ – вектор i -й формы собственных колебаний системы;

$$[k] = [a]^T \cdot [k_{\text{int}}] \cdot [a], \quad (10)$$

$[a]$ – матрица перемещений узлов в единичных состояниях;

$$[k_{\text{int}}] = \left[\begin{bmatrix} k_{\text{int},1} & k_{\text{int},j} & k_{\text{int},n} \end{bmatrix} \right]^{\text{diag}}, \quad (11)$$

$[k_{\text{int},j}]$ – матрица внутренней жесткости j -го элемента системы;

матрица $[k_\gamma]$ формируется аналогично матрице внешней жёсткости $[k]$:

$$[k_\gamma] = [a]^T \cdot [k_{\text{int},\gamma}] \cdot [a], \quad (12)$$

где
$$[k_{\text{int},\gamma}] = \left[\begin{bmatrix} k_{\text{int},1} \cdot \gamma_1 & k_{\text{int},j} \cdot \gamma_j & k_{\text{int},n} \cdot \gamma_n \end{bmatrix} \right]^{\text{diag}}, \quad (13)$$

γ_j – коэффициент внутреннего трения материала j -го элемента системы.

Тогда для системы с конечным числом степеней свободы:

$$[Z] = \sum_{i=1}^n \left[Z^{f(i)} \right] \cdot e^{-\left(\frac{\omega_i \cdot \gamma_{\text{ЭКВ},i} \cdot t}{\sqrt{4 + \gamma_{\text{ЭКВ},i}^2}} \right)} \cdot \left(C_1 \cdot \cos \left(\frac{2 \cdot \omega_i \cdot t}{\sqrt{4 + \gamma_{\text{ЭКВ},i}^2}} \right) + C_2 \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \omega_i \cdot t}{\sqrt{4 + \gamma_{\text{ЭКВ},i}^2}} \right) \right). \quad (14)$$

Система уравнений **вынужденных колебаний** в компактной матричной форме имеет следующий вид:

$$[m] \cdot [\ddot{Z}^*] + (u + i \cdot v) \cdot [k] \cdot [Z^*] = [F^*], \quad (15)$$

где $[m]$ – матрица масс; $[k]$ – матрица внешней жёсткости; $[Z^*]$ – комплексный вектор перемещений узлов; i – мнимая единица; $[F^*]$ – вектор комплексных узловых нагрузок.

Комплексное представление заданной гармонической нагрузки F_i^* аналогично $\varepsilon^*(t)$ и $\sigma^*(t)$.

$$F_{\text{Im},i}(t) = F_{0,i} \cdot \sin(\omega_F \cdot t - v_i), \quad F_{\text{Re},i}(t) = F_{0,i} \cdot \cos(\omega_F \cdot t - v_i). \quad (16)$$

1) Для вектора сил одной частоты ω_F с учётом произвольных фаз $[F^*]$ (при аппроксимации на некотором отрезке времени):

$$[F^*] = [F_0^*] \cdot e^{i \cdot \omega_F \cdot t}, \quad (17)$$

где
$$[F_0^*] = [F_{0\text{Re}} + i \cdot F_{0\text{Im}}]. \quad (18)$$

Действительная часть частного решения системы неоднородных уравнений (15) принимает вид:

$$[Z(t)] = [Z_{\cos}] \cdot \cos(\omega_F \cdot t) + [Z_{\sin}] \cdot \sin(\omega_F \cdot t), \quad (19)$$

где

$$[Z_{\cos}] = [B]^{-1} \cdot [F_{\cos}] - [C]^{-1} \cdot [F_{\sin}], \quad [Z_{\sin}] = [B]^{-1} \cdot [F_{\sin}] + [C]^{-1} \cdot [F_{\cos}], \quad (20)$$

$$[F_{\cos}] = [F_{0\text{Re}}]; \quad [F_{\sin}] = -[F_{0\text{Im}}], \quad (21)$$

$$[B]^{-1} = ([A] + v^2 \cdot [k] \cdot [A]^{-1} \cdot [k])^{-1}, \quad [C]^{-1} = v(v^2 \cdot [k] + [A] \cdot [k]^{-1} \cdot [A])^{-1}, \quad (22)$$

$$[A] = [u \cdot [k] - \omega_F^2 \cdot [m]]. \quad (23)$$

2) Для вектора сил соответствующего постоянной составляющей нагрузки $[F_{const}]$, действительная часть частного решения системы неоднородных уравнений (15):

$$[\tilde{Z}_{const}] = u \cdot [k]^{-1} \cdot [F_{const}]. \quad (24)$$

Определение коэффициента $\gamma_{\text{эКВ}}$ при вынужденных колебаниях, отвечающего неоднородному решению $[\tilde{Z}]$ системы (15) выполняется в виде:

$$\gamma_{\text{эКВ}, Fk} = \frac{[Z^{F(k)}]^T \cdot [k_{\gamma}] \cdot [Z^{F(k)}]}{[Z^{F(k)}]^T \cdot [k] \cdot [Z^{F(k)}]}, \quad (25)$$

здесь $[Z^{F(k)}]$ – вектор амплитуд $[Z_{\sin}]$ либо $[Z_{\cos}]$ (см. (20)), т.е. $\gamma_{\text{эКВ}, Fk}^{(\sin)}$ соответствует $[Z^{F(k)}] = [Z_{\sin}]$, а $\gamma_{\text{эКВ}, Fk}^{(\cos)}$ – $[Z^{F(k)}] = [Z_{\cos}]$.

В данном случае возникает необходимость итерационного вычисления $\gamma_{\text{эКВ}}$, т.к. его значение определяет вычисление векторов $[Z_{\cos}]$ и $[Z_{\sin}]$, а они, в свою очередь, – значение $\gamma_{\text{эКВ}, Fk}$. То есть выполняется расчёт $[Z_{\cos}]$ и $[Z_{\sin}]$ при некотором начальном значении $\gamma_{\text{эКВ}}$, например, среднем для системы, после чего итерационно выполняются следующие действия:

- вычисляются новые значения $\gamma_{\text{эКВ}, Fk}^{(\cos)}, \gamma_{\text{эКВ}, Fk}^{(\sin)}$;
- вычисляются $[Z_{\cos}]$ и $[Z_{\sin}]$.

В результате проведенных численных экспериментов выяснилось, что процесс вычисления $\gamma_{\text{эКВ}, Fk}$ сходится за 3–4 итерационных перерасчёта.

Рассмотрены варианты аппроксимации динамических нагрузок во времени. Предложена аппроксимация протяженного импульса с использованием пяти компонентов (четыре тригонометрических функции и константа).

Рассмотрены тестовые примеры расчёта консольной балки на действие периодических импульсов (рис. 2).

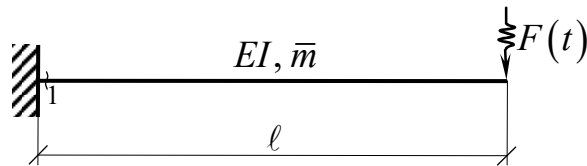


Рисунок 2 – Расчётная схема консольной балки

Выполнены расчёты для нескольких резонансных (частоты импульсов совпадали с частотами собственных колебаний балки) и нерезонансных случаев. Приведены сравнения результатов расчёта с использованием двух вариантов аппроксимации протяженного импульса:

1. Предложенной аппроксимации из пяти компонентов.
2. Аппроксимации множеством мгновенных импульсов.

Расхождение результатов с использованием рассмотренных вариантов аппроксимации составило от 0,2% до 3%.

В третьей главе рассмотрены результаты экспериментов, проведённых для проверки достоверности разработанных алгоритмов динамического расчёта.

1-я серия экспериментов. Стальная шарнирно-опёртая балка с консольной частью.

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 3. В рамках исследования проведено сравнение амплитудно-частотных характеристик (АЧХ), полученных экспериментально [1], с результатами численного эксперимента в разработанном расчётном модуле DINAM.

Численный эксперимент выполнен с учётом демпфирования и без него. На рис. 4 представлены зависимости напряжений в крайних волокнах сечений в местах наклейки тензодатчиков по результатам эксперимента и совмещены с аналогичными зависимостями, полученными расчётом. На рисунке 4 (а) приведены результаты без учёта трения, а на рисунке 4 (б) с учётом трения.

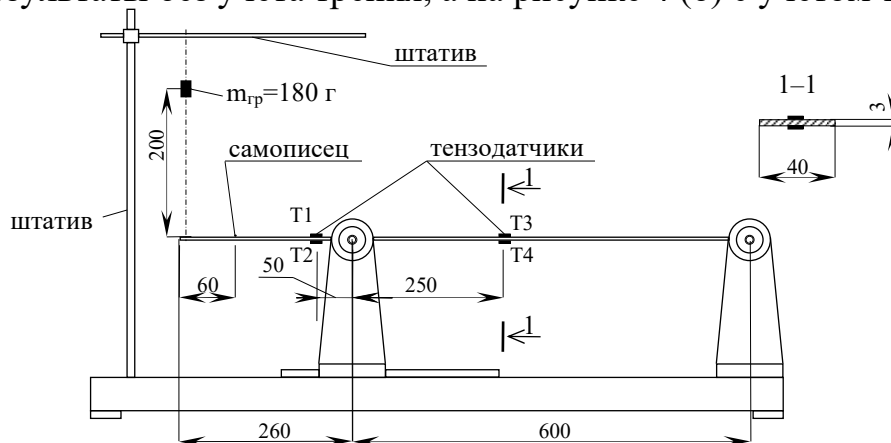


Рисунок 3 – Схема экспериментальной установки. Размеры указаны в мм

Сравнение экспериментальных данных и результатов расчёта с учётом внутреннего трения показало расхождение отдельных амплитудных значений параметров НДС в пределах 5%. При расчётах без учёта внутреннего трения расхождение достигало 65%. Очевидно, что отсутствие учёта трения приводит к значительному искажению результатов.

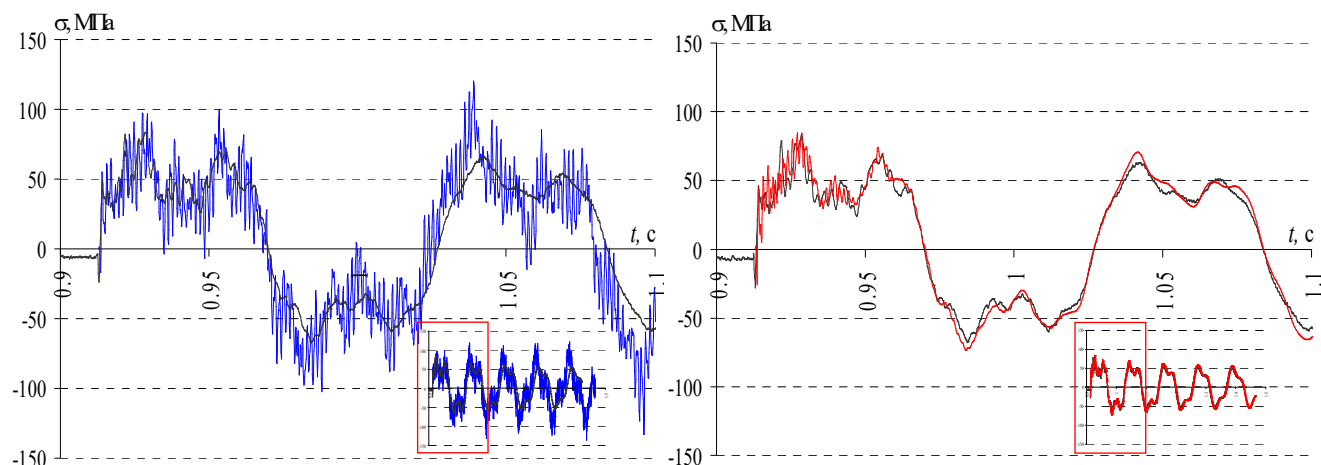


Рисунок 4 – Зависимости напряжений в крайнем волокне расчётного сечения, соответствующего положению датчика № 1 из эксперимента (чёрный цвет) и по результатам расчёта (зелёный / красный цвет):

а) без учёта внутреннего трения; б) с учётом внутреннего трения

Малая разница (как количественная, так и качественная) между расчётными и экспериментальными данными позволяют считать реализованную модель внутреннего трения вполне приемлемой в расчётах на свободные колебания.

2-я серия экспериментов. Консольные стержни из различных материалов и их комбинаций.

Данная серия экспериментов ориентирована на оценку свойств внутреннего трения по логарифмическим декрементам затухания свободных колебаний на разных частотах для стержней, включающих два последовательно соединённых элемента.

Выполнены серии экспериментов для следующих вариантов стержней:

1. Алюминиевый стержень;
2. стержень из оргстекла;
3. Составной стержень из алюминия у заделки и оргстекла в консольной части;
4. Составной стержень из оргстекла у заделки и алюминия в консольной части;

Крепление стержней – вертикальное консольное с жёстким защемлением внизу. Возмущение колебаний осуществлялось ударами металлического «молоточка». Точки воздействия варьировались по высоте вдоль его оси с шагом 1 см. Удары выполнялись по широкой стороне стержня перпендикулярно его поверхности. Мощность ударной нагрузки не фиксировалась и ограничивалась только условием максимальных относительных деформаций в точках крепления тензодатчиков ($\varepsilon \leq 0,0006$ – для алюминия, $\varepsilon \leq 0,0016$ – для оргстекла). Варьирование точек ударного воздействия обеспечило отличие соотношений начальных амплитуд колебаний на разных собственных частотах. Относительные деформации крайних волокон вдоль оси стержня фиксировались возле жёсткого защемления при помощи двух параллельно расположенных тензодатчиков.

Для получения характеристик внутреннего трения материалов были проведены серии экспериментов для стержней, состоящих из одного материала. На рис. 5 приведены схемы испытания однородных стержней № 1, № 2 и составных стержней № 3, № 4.

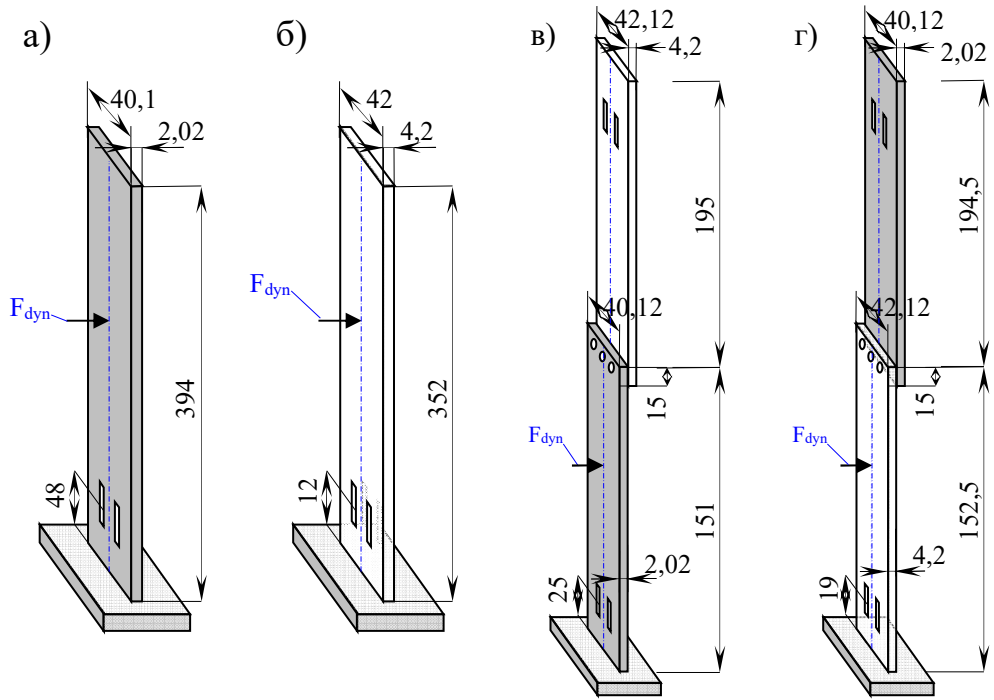


Рисунок 5 – Схема испытания стержней: а) стержень №1; б) стержень №2. в) составной стержень №3; г) составной стержень №4. Размеры указаны в мм

Расшифровка сигналов, полученных в экспериментах, выполнялось двумя способами:

- преобразованием Фурье;
- подбором частот, фаз, амплитуд и декрементов затухания.

При использовании второго способа аппроксимирующий сигнал представлялся в виде

$$y_{appr}(t) = \sum_{i=1}^{n_0} A_{0,i} \cdot e^{-\frac{\delta_i \cdot \omega_i \cdot t}{2 \cdot \pi}} \cdot \sin(\omega_i \cdot t + \varphi_i), \quad (26)$$

где $A_{0,i}$ – начальная амплитуда составляющей сигнала на i -й частоте;

δ_i – логарифмический декремент затухания на i -й частоте; ω_i – i -я круговая частота колебаний; φ_i – фаза колебаний.

Частоты ω_i в первых приближениях определялись по максимальным значениям АЧХ. Далее параметры $A_{0,i}$, α_i , ω_i , φ_i уточнялись подбором. Коэффициент внутреннего трения, соответствующий i -й форме колебаний выражается через логарифмический декремент затухания δ_i :

$$\gamma_{экр,i} \approx \frac{\delta_i}{\pi}. \quad (27)$$

Разработаны программы расшифровки экспериментальных сигналов двумя способами. Первый способ расшифровки сигнала (**преобразование Фурье**) использовался только для проверки достоверности результатов расшифровки второго способа (**подбор параметров колебаний**), поскольку не позволял получать такие параметры расшифрованного сигнала как фаза и начальная

амплитуда. Это обусловлено краевыми эффектами расшифровки при использовании преобразования Фурье.

Результаты расшифровки сигналов экспериментов получены в виде зависимостей между начальными амплитудами относительных деформаций ε_0 крайних волокон в местах установки тензодатчиков и коэффициентом внутреннего трения γ , найденного по (27) для 1–3-й форм. Зависимости были представлены в виде линейных аппроксимаций, полученных на основе минимального среднеквадратичного отклонения.

Зависимости определены для каждой формы колебаний отдельно, поскольку НДС системы для разных форм существенно отличаются, даже при равных начальных амплитудах относительных деформаций ε_0 в местах установки тензодатчиков.

В таблице 1 для стержней № 3 и № 4 приведены относительные расхождения между линейными аппроксимациями $\gamma_{экв,i}(\varepsilon_0)$, найденными по экспериментальным данным и линейными аппроксимациями $\gamma_{экв,i}(\varepsilon_0)$, найденными по предложенной методике (в % по отношению к экспериментальным значениям $\gamma_{экв,i}$).

Таблица 1 – Расхождения между аппроксимациями, найденными по экспериментальным данным, и по предложенной методике

№ формы	стержень № 3	стержень № 4
1	2,91% – 3,81%	1,95% – 2,54%
2	1,66% – 0,78%	3,04% – 3,85%
3	4,21% – 3,04%	5,02% – 11,35%

В четвёртой главе рассмотрены прикладные задачи расчёта и оптимизации стержневых систем.

Основным недостатком алгоритмов оптимизации динамически нагруженных систем в случае постановки задач оптимизации конструкций (ОК) как задач математического программирования (МП) является высокая трудоёмкость при большом числе варьируемых параметров (ВП) и ограничений, характерном для многоэлементных систем. Повышенная трудоемкость динамического расчёта по сравнению со статическим расчётом в сочетании с большим числом перерасчётов системы, в ходе поиска оптимального проекта, приводит к значительным затратам времени.

В главе обсуждаются вопросы выбора варьируемых параметров, целевой функции, а также рассмотрения различных ограничений. Затрагиваются особенности конструктивного обобщения (унификации) элементов в группы.

Наибольшее внимание в главе уделяется вопросам использования **приёма декомпозиции исходной задачи ОК** для систем, подверженных импульсным воздействиям, а также его модификации в связи с особенностями НДС динамически нагруженной системы. Данный приём предложен профессором Г.И. Гребенюком для систем подверженных статическим воздействиям.

Декомпозиция пространства ВП выполняется следующим образом:

$$\begin{bmatrix} X_p^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^{(k-1)*} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B^{(k)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_p \end{bmatrix}, \quad (28)$$

где $\begin{bmatrix} X_p^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^{(k)} \dots x_{n_x}^{(k)} \end{bmatrix}^T$ – вектор ВП, соответствующий расчётной точке из числа точек «симплекса» (по методу Нелдера-Мида); k – номер итерации; p – номер расчётной точки; $\begin{bmatrix} X^{(k-1)*} \end{bmatrix}$ – вектор ВП, соответствующий наилучшему решению на предыдущей итерации; $\begin{bmatrix} Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{1,p} & Y_{2,p} \end{bmatrix}^T$ – вектор обобщенных ВП;

$$\begin{bmatrix} B^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{1,1}^{(k)} & B_{1,2}^{(k)} \\ \vdots & \\ B_{n_x,1}^{(k)} & B_{n_x,2}^{(k)} \end{bmatrix} \text{ – матрица преобразования пространства ВП.}$$

Ключевым вопросом при использовании приёма декомпозиции является формирование матрицы базисного преобразования $\begin{bmatrix} B^{(k)} \end{bmatrix}$. Как показали исследования, выполненные в рамках настоящей работы, на формирование матрицы наиболее существенное влияние оказывают вид активных ограничений и природа ВП. В данной работе выполнена модификация приёма декомпозиции, которая включает в себя корректировку выражений для вычисления компонентов матрицы $\begin{bmatrix} B^{(k)} \end{bmatrix}$, а также поиск критериев вычисления компонентов матрицы для различных вариантов ВП и активных ограничений.

В случае декомпозиции ВП, характеризующих размеры сечений, с использованием унификации элементов **при активных ограничениях прочности** (без учёта касательных напряжений) эффективным является формирование компонентов матрицы $\begin{bmatrix} B^{(k+1)} \end{bmatrix}$ для итерации $k+1$ в виде

$$B_{i,1}^{(k+1)} = \sigma_{gr \max, i}^{(k)} / \sigma_{\max}^{(k)}, \quad B_{i,2}^{(k+1)} = 1 - B_{i,1}^{(k+1)}, \quad (29)$$

где $\sigma_{gr \max, i}^{(k)}$ – максимальное напряжение в i -й группе унификации элементов; i – номер группы унификации элементов (характеристики элементов в группе определяются i -м ВП); номер группы унификации совпадает с номером соответствующего ей ВП; $\sigma_{\max}^{(k)}$ – наибольшее значение напряжений во всей системе.

$$\sigma_{\max}^{(k)} = \max(\sigma_{gr \max, 1}^{(k)}, \dots, \sigma_{gr \max, i}^{(k)}, \dots, \sigma_{gr \max, ngr}^{(k)}), \quad (30)$$

$ngr = nx$ – общее число групп унификации элементов (совпадает с числом ВП).

$$\sigma_{gr \max, i}^{(k)} = \max\left(\left|\sigma_{j_1^{(i)}, \max}^{(k)}\right|, \dots, \left|\sigma_{j_{eg}^{(i)}, \max}^{(k)}\right|, \dots, \left|\sigma_{j_{neg_i}^{(i)}, \max}^{(k)}\right|\right), \quad j_{eg}^{(i)} = NoEl(eg, i), \quad (31)$$

$\left|\sigma_{j, \max}^{(k)}\right|$ – максимальное напряжение в j -м элементе на заданном отрезке времени; $j = j_{eg}^{(i)}$ – номер элемента в общей нумерации элементов; eg – номер элемента в группе унификации; neg_i – общее число элементов включённых в i -ю группу унификации; $NoEl(eg, i)$ – функция, определяющая номер в общей в общей нумерации элементов по его номеру eg в i -й группе унификации.

Отсутствие унификации элементов означает, что в приведённых выражениях общее число элементов включённых в i -ю группу унификации $neg_i=1$.

В случае аналогичной декомпозиции ВП, но **при активных ограничениях жёсткости** предлагается формирование компонентов матрицы $[B^{(k+1)}]$ для итерации $k+1$ в виде

$$B_{i,1}^{(k+1)} = \delta_{d\,gr,i}^{(k)} / \delta_{d\,gr,\max}^{(k)}, B_{i,2}^{(k+1)} = 1 - B_{i,1}^{(k+1)}, \quad (32)$$

где $\delta_{d\,gr,i}^{(k)} = \Delta_{d\,gr,i}^{(k)} / V_{gr,i}^{(k)}$ – удельный (по объёму элементов группы) вклад деформаций группы элементов i -й группы унификации, в перемещение $\Delta_d^{(k)}$ в момент времени, когда оно достигает наибольшего по модулю значения; $\delta_{d\,gr,\max}^{(k)}$ – наибольший удельный вклад по всем группам унификации.

Предлагаемый алгоритм с использованием декомпозиции ВП приведён на рис. 6. При выполнении поиска оптимального решения на итерациях использован метод Нелдера-Мида.

Задаются начальные значения базового вектора варьируемых параметров $[X^{0(1)}]$ и матрицы базисного преобразования $[B^{(1)}]$ для первой итерации поиска. Выбор начальных значений $[X^{0(1)}]$ может быть произвольным, по возможности соответствующим «адекватному» проекту (с выполнением предъявляемых ограничений). В качестве начальных значений матрицы $[B^{(1)}]$ можно принять для всех компонент $B_{i,k}^{(0)} = 0,5$.

Запуск итерационного процесса оптимизации. В начале каждой итерации с использованием генератора случайных чисел формируется начальный набор расчётных точек (симплекс) в пространстве обобщённых ВП $[Y_1] \dots [Y_{n_p}]$.

Запуск процесса поиска оптимального решения на итерации. Вычисляются векторы ВП на итерации k , соответствующие обобщённым векторам. Определяются значения целевой функции и ограничения для каждой расчётной точки симплекса с использованием расчётного модуля **Dinam**. По найденным значениям формируется безусловно-экстремальная задача оптимизации путём введения штрафов при невыполнении ограничений в виде слагаемого в целевую функцию.

При недостаточной близости лучшего и худшего значений целевой функции $F_{Best}^{(k)}$ и $F_{Bed}^{(k)}$ выполняется корректировка худшей точки в соответствии с правилами метода поиска Нелдера-Мида.

При недостаточной близости лучших значений целевой функции $F_{Best}^{(k)}$ и $F_{Best}^{(k-1)}$ на соседних итерациях выполняется выбор базового вектора варьируемых параметров $[X^{0(k+1)}]$ и формирование матрицы базисного преобразования $[B^{(k+1)}]$ для следующей итерации процесса оптимизации и запускается новая итерация, в противном случае итерации прекращаются.

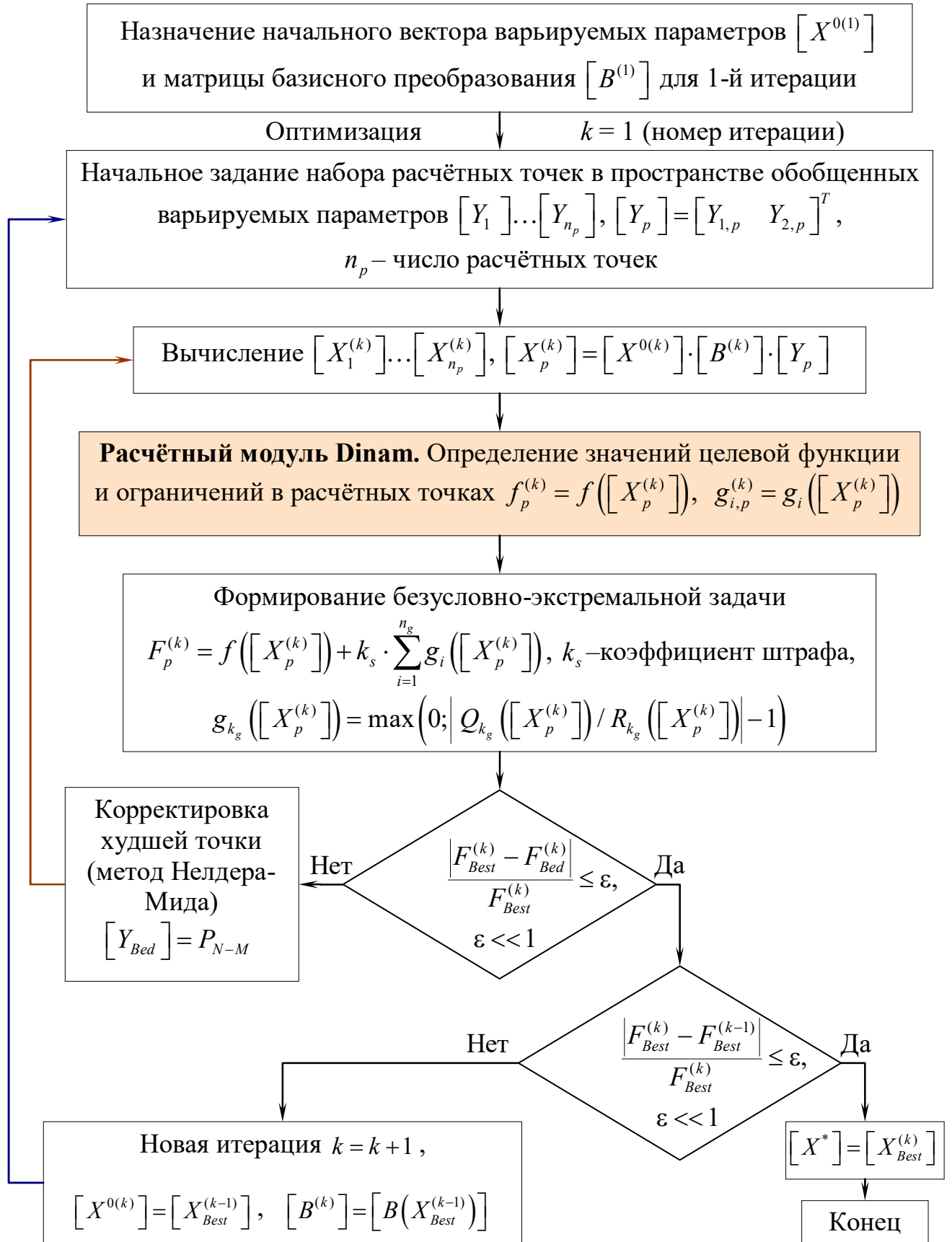


Рисунок 6 – Блок-схема алгоритма оптимизации

Выполнены решения задач оптимизации на тестовом примере. На рис. 7 а показана схема стержневой системы с дополнительными узловыми массами m_i , указаны жёсткости EI_j и погонные массы $\tilde{m}_j$. На рис. 7 б – 7 г приведены схемы приложения заданных импульсных сосредоточенных нагрузок, а на рис. 7 д – форма сечений элементов.

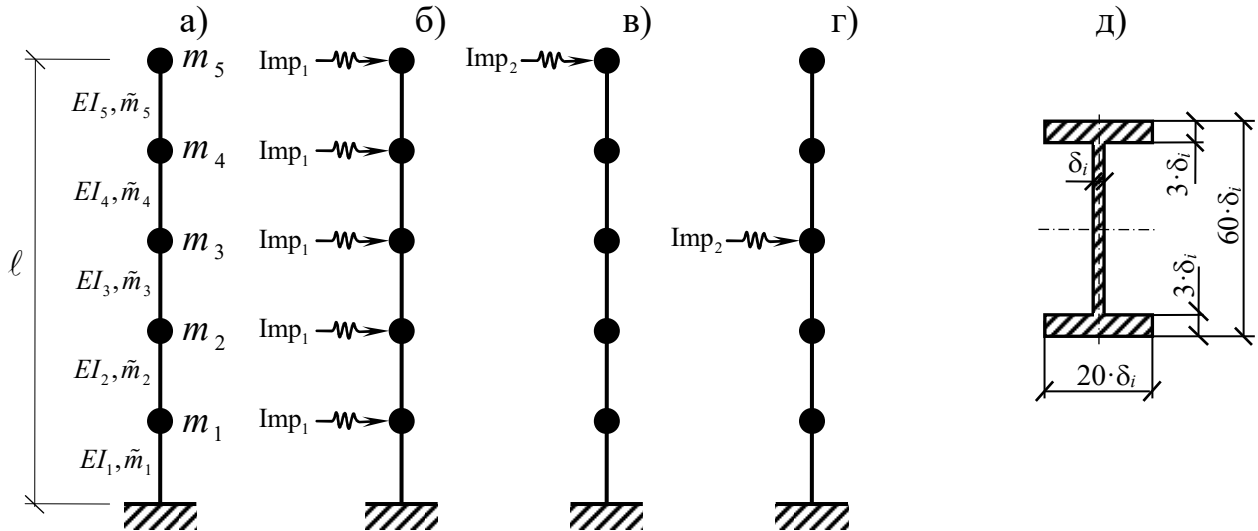


Рисунок 7 – Исходные данные задач оптимизации:

а) расчётная схема стержневой системы; б) – г) варианты приложения импульсных нагрузок; д) форма поперечного сечения элементов

Точки возможного приложения импульсных нагрузок соответствуют узлам расположения дополнительных масс. Рассмотрено приложение импульсных нагрузок в трёх вариантах:

1. Во все узлы, $\text{Imp}_1 = 2 \text{ кН}\cdot\text{с}$ (рис. 7 б).
2. Только в верхний узел, $\text{Imp}_2 = 10 \text{ кН}\cdot\text{с}$ (рис. 7 в).
3. Только в 3-й сверху узел, $\text{Imp}_2 = 10 \text{ кН}\cdot\text{с}$ (рис. 7 г).

Учитывается действие постоянных нагрузок от собственного веса узловых дополнительных масс при их наличии ($P_i = 9,81 \cdot m_i$).

В качестве варьируемых параметров рассмотрены параметры δ_i , характеризующие размеры сечений и, соответственно, погонные массы $\tilde{m}_j$, а также дополнительные массы в узлах m_i .

Поставлены и решены следующие тестовые задачи:

1. Определение оптимального параметра δ_i при одной группе унификации элементов, т.е. сечения всех элементов одинаковые, без дополнительных масс, $m_i = 0$ (1 ВП).
2. Определение оптимальных параметров δ_i при пяти группах унификации элементов, где каждому элементу соответствует свой параметр δ_i , без дополнительных масс, $m_i = 0$ (5 ВП).
3. Определение оптимального параметра δ_i при одной группе унификации элементов и оптимальных значений дополнительных масс m_i (6 ВП).

4. Определение оптимальных параметров δ_i при пяти группах унификации элементов и оптимальных значений дополнительных масс m_i (10 ВП).

В качестве целевой функции во всех тестовых задачах принят объём материала элементов.

В **задачах 3 и 4** выполнялась декомпозиция пространства варьируемых параметров m_i (33), причём в **задаче 4** она проводилась одновременно с декомпозицией пространства ВП δ_i (как в **задаче 2**), но с использованием отдельных глобальных векторов ВП $[Y_\delta]$ и $[Y_m]$, а также матриц $[B_\delta]$ и $[B_m]$.

$$[m_p^{(k)}] = [m^{0(k)}] \cdot [B_m^{(k)}] \cdot [Y_{m,p}], \quad (33)$$

где $[m_p^{(k)}]$ – вектор ВП дополнительных масс; $[m^{0(k)}]$ – начальный вектор ВП дополнительных масс; $[B_m^{(k)}]$ – матрица базисного преобразования ВП дополнительных масс.

При формировании матрицы $[B_m]$ базисного преобразования ВП m_i были рассмотрены различные варианты вычисления компонентов матрицы:

$$\begin{aligned} 1) \quad B_{m\ i,1}^{(k)} &= |Z_{ampl,i}^{(k-1)}|, & 2) \quad B_{m\ i,1}^{(k)} &= |\ddot{Z}_{ampl,i}^{(k-1)}|, \\ 3) \quad B_{m\ i,1}^{(k)} &= B_{m\ i,1}^{(k-1)} \cdot |Z_{ampl,i}^{(k-1)}|, & 4) \quad B_{m\ i,1}^{(k)} &= B_{m\ i,1}^{(k-1)} \cdot |\ddot{Z}_{ampl,i}^{(k-1)}|, \\ 5) \quad B_{m\ i,1}^{(k)} &= B_{m\ i,1}^{(k-1)} \cdot |Z_{ampl,i}^{(k-1)}|^2, & 6) \quad B_{m\ i,1}^{(k)} &= B_{m\ i,1}^{(k-1)} \cdot |\dot{Z}_{ampl,i}^{(k-1)}|^2. \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь $|Z_{ampl,i}^{(k-1)}|$, $|\dot{Z}_{ampl,i}^{(k-1)}|$, $|\ddot{Z}_{ampl,i}^{(k-1)}|$ – соответственно, амплитудные значения перемещений, скоростей и ускорений, полученные для наилучшего проекта на предыдущей итерации.

После вычисления $B_{m\ i,1}^{(k)}$ выполняется их нормирование $\bar{B}_{m\ i,1}^{(k)}$ и вычисление $\bar{B}_{m\ i,2}^{(k)}$:

$$k_{norm} = \max(B_{m\ 1,1}^{(k)} \dots B_{m\ n,1}^{(k)}), \quad \bar{B}_{m\ i,1}^{(k)} = B_{m\ i,1}^{(k)} / k_{norm}, \quad \bar{B}_{m\ i,2}^{(k)} = 1 - \bar{B}_{m\ i,1}^{(k)}. \quad (35)$$

Ниже приведены основные выводы, связанные с оптимальным проектированием стержневых систем, испытывающих импульсные воздействия, сделанные по результатам поставленных тестовых задач:

- введение дополнительных масс в местах приложения сосредоточенных импульсных нагрузок оказывает наиболее существенное влияние на расход материала элементов;
- при импульсных воздействиях, в силу существенного влияния на НДС стержневой системы высокочастотных составляющих колебаний, пиковые значения на огибающих эпюрах изгибающих моментов в ряде случаев меняются по системе не столь существенно, поэтому изменение размеров сечений элементов системы, обусловленное фактором прочности, оказывается незначительным (10 – 20%);
- при отсутствии дополнительных масс размеры сечений элементов системы, в ряде случаев коррелируют с удалённостью соответствующих элементов от опор;

– распределение дополнительных узловых масс в большей степени определяется удаленностью их от опор (податливостью соответствующих им узлов системы) и в меньшей степени – местами приложения импульсного воздействия.

Рассмотрена задача поиска оптимального решения для плоской двухпролётной пятиэтажной рамы. На рис. 8 приведена схема рассматриваемой рамы, расположение узловых дополнительных масс, а также рассматриваемых воздействий на раму.

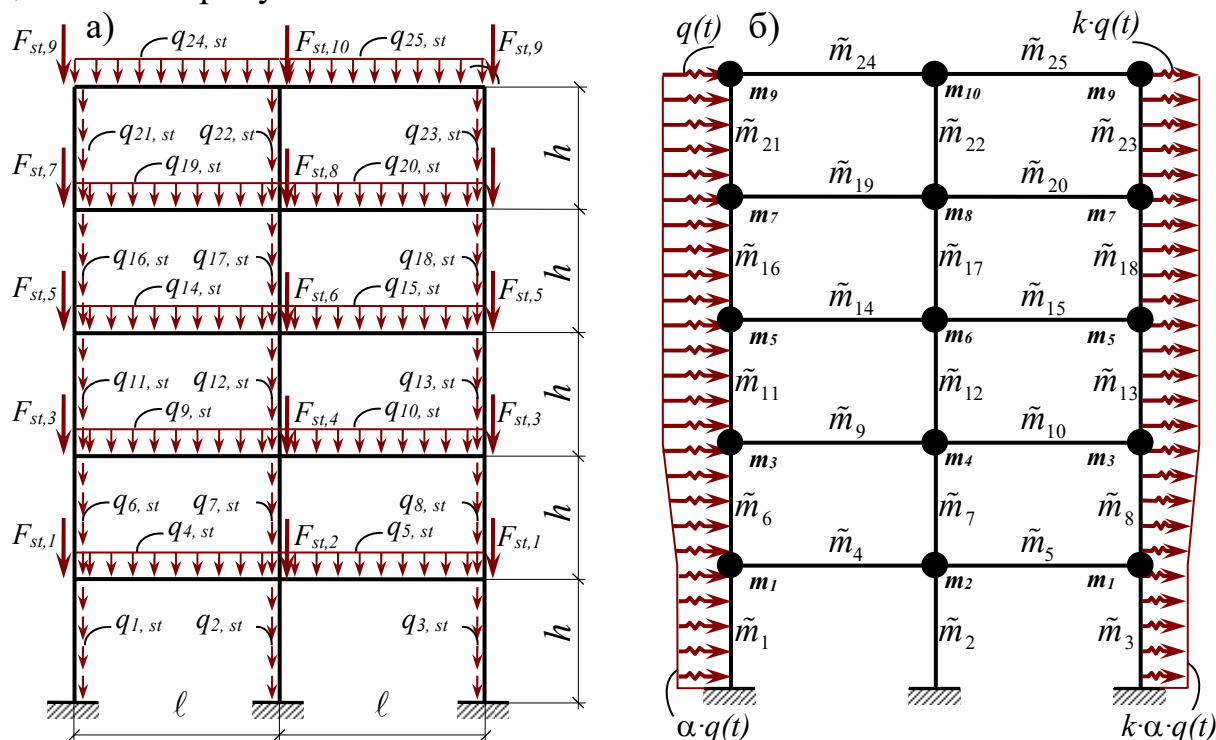


Рисунок 8 – Расчётная схема рамы: а) статические воздействия; б) импульсные воздействия и расположение масс

Размеры, указанные на рис. 8, $h=3$ м, $\ell=5$ м. Форма сечений элементов такая же, как в предыдущих тестовых задачах (рис. 8 б). На рисунке используются обозначения: $\tilde{m}_j$ – погонная масса j -го элемента, $q_{st,uf}$ – статическая нагрузка от веса плит перекрытий и полезная нагрузка на них, m_j – сосредоточенная масса в j -м узле, $F_{st,w}$ – вес наружных стен. В задаче рассмотрены статические нагрузки $q_{j,st}$ и $F_{st,j}$ и динамические импульсные нагрузки $q(t)$. В качестве статических нагрузок рассмотрены воздействия от собственного веса элементов рамы, веса плит перекрытий, веса наружных стен, а также заданной полезной нагрузки. Заданными нагрузками являются статические $F_{st,w}=33$ кН; $q_{st,uf}=51,6$ кН/м и импульсная нагрузка $q(t)=q_0 \cdot \sin(2\pi \cdot t/T)$; $t \in [0; T]$; $T=0,2$ с – длительность импульсного воздействия; $q_0=7,6105$ кН/м – амплитуда импульсного воздействия. Коэффициенты $\alpha=0,625$ и $k=0,8421$ определяют пропорции импульсной нагрузки по высоте рамы и её снижение с противоположной стороны (отрицательного давления). Форма импульса во времени – синусоидальная.

Поставлены следующие задачи определения оптимальных параметров, характеризующих размеры сечений элементов, при разном числе групп унификации элементов:

1. Одна группа (сечения всех элементов одинаковые).
2. Две группы (1-я группа – ригели, 2-я – колонны).
3. Пятнадцать групп (на каждом этаже по три группы: 1-я группа – ригели, 2-я группа – крайние колонны, 3-я группа – центральная колонна).
4. Двадцать пять групп (каждый элемент – отдельная группа).

В качестве целевой функции принят объём материала элементов.

Ограничения по прочности имеют вид

$$g_j = \max\left(0; \left| \sigma_{j,\max} / R \right| - 1\right), \quad (36)$$

где $\sigma_{j,\max}$ – амплитудные значения напряжений в крайних волокнах элементов, найденных на отрезке времени затухающих колебаний стержневой системы; $R=200$ МПа – расчётное сопротивление материала элементов.

Ограничения по жёсткости имеют вид

$$g_{\Delta} = \max\left(0; \left| \Delta_{i,\max} / [\Delta] \right| - 1\right), \quad (37)$$

где $\Delta_{i,\max}$ – амплитудное значение перемещения крайней верхней точки рамы на отрезке времени затухающих колебаний стержневой системы; $[\Delta] = H / 500 = 0,03$ м – допустимые перемещения; $H = 15$ м – высота рамы.

В задачах 3 и 4 поиск оптимального решения проведен с использованием и без использования приёма направленной декомпозиции пространства ВП на итерациях поиска оптимального решения. Это выполнено с целью оценки эффективности использования данного приёма. Расхождения соответствующих результатов оптимального поиска по значениям целевой функции при неактивном ограничении по жёсткости оказались менее 1%, что свидетельствует о высокой точности предложенного приёма. Число перерасчётов при использовании декомпозиции сокращается в 5 – 10 раз, что подтверждает его эффективность.

Заключение

Реализована цель исследования, сформулированная как развитие методов динамического расчёта (в части уточнения параметров внутреннего трения и приёмов аппроксимации произвольного импульса), а также развитие постановок и методов оптимизации стержневых систем при импульсных воздействиях (введение в качестве варьируемых параметров значений дополнительных узловых масс и разработка приёмов декомпозиции исходной задачи оптимизации).

1. На основе дискретно-континуального подхода разработан алгоритм динамического расчёта на свободные колебания и неустановившиеся вынужденные колебания с учётом внутреннего трения в материале, позволяющий значительно снизить трудоёмкость расчёта.
2. Предложена модификация комплексной модели внутреннего трения, разработанной Е.С. Сорокиным, для учёта различных свойств внутреннего трения в элементах неоднородных стержневых систем, существенно уточняющая результаты динамических расчётов.

3. Программно реализован расчётный модуль Dinam на основе разработанного алгоритма и предложенной модификации модели внутреннего трения. Экспериментальная проверка подтвердила достоверность результатов расчёта с использованием разработанного модуля Dinam. Относительно низкая трудоёмкость модуля позволила использовать его в задачах оптимизации стержневых систем, испытывающих импульсные воздействия.

4. Предложено развитие метода декомпозиции пространства варьируемых параметров в задачах многопараметрической оптимизации стержневых систем, подверженных импульсным воздействиям, в части формирования матрицы базисного преобразования и разработки критериев определения её компонент для различных видов варьируемых параметров и активных ограничений.

5. На основе результатов решения задач оптимизации установлены закономерности распределения жесткостных свойств и дополнительных узловых масс для рассмотренных стержневых систем при заданных видах импульсных воздействий.

Настоящая работа содержит разработанные алгоритмы и их программные реализации, позволяющие проводить исследования и выполнять рациональное проектирование систем, подверженных импульсным воздействиям.

В качестве перспектив дальнейших исследований, посвящённых расчёту и оптимизации динамически нагруженных стержневых систем предполагается применение поэтапной оптимизации для случаев варьируемых параметров разной природы.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в изданиях, входящих в перечень ВАК РФ

1. Гребенюк Г.И., Роев В.И., Яньков Е.В., **Вешкин М.С.**, Сабуров В.С., Волков А.С. Исследование изгибных колебаний стальной балки при действии импульсных нагрузок. Сообщение 1 // Известия высших учебных заведений. Строительство, 2009. № 10 (610). С. 3–11.
2. Гребенюк Г.И., Роев В.И., Яньков Е.В., **Вешкин М.С.**, Сабуров В.С., Волков А.С. Исследование изгибных колебаний стальной балки при действии импульсных нагрузок. Сообщение 2 // Известия высших учебных заведений. Строительство, 2010. № 1 (613). С. 120–128.
3. Гребенюк Г.И., **Вешкин М.С.** Дискретные модели расчета и оптимизации стержневых конструкций при импульсном нагружении // Известия Алтайского государственного университета, 2012. № 1–1 (73). С. 36–38.
4. Гребенюк Г.И., **Вешкин М.С.** Разработка алгоритмов численного расчёта и оптимизации стержневых систем при действии импульсных нагрузок // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета, 2014. № 4 (45). С. 106–116.
5. **Вешкин М.С.**, Гребенюк Г.И. Об использовании комплексной модели внутреннего трения в расчетах стержневых систем на импульсные воздействия // Известия высших учебных заведений. Строительство, 2019. № 5 (725). С. 5–17.

6. Гребенюк Г.И., **Вешкин М.С.** Расчет упругих стержневых систем на динамические воздействия с использованием модели "комплексной жесткости" для внутреннего трения в материалах // Известия высших учебных заведений. Строительство, 2020. № 5 (737). С. 18–30.

7. Гребенюк Г.И., Максак В.И., **Вешкин М.С.** Оценка эффективности использования обобщенных переменных проектирования в задаче оптимизации стержневых систем при импульсном нагружении // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета, 2022. Т. 24. № 2. С. 76–86.

Статьи в зарубежных изданиях, индексируемых в базах данных Scopus и Web of Science

8. Grebenyuk G.I., **Veshkin M.S.** Internal friction influence on the calculation results and rod system optimization under impulse action // В сборнике: Journal of Physics: Conference Series. Intelligent Information Technology and Mathematical Modeling 2021 (ИТММ 2021). Gelendzhik, 2021. С. 032086.

Статьи в других печатных изданиях

9. Гребенюк Г.И., Роев В.И., **Вешкин М.С.** Алгоритмы численного динамического расчета стержневых систем при импульсном нагружении // Труды Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (Сибстрин), 1999. Т. 2. № 2. С. 28–37.

10. Гребенюк Г.И., Роев В.И., Яньков Е.В., **Вешкин М.С.**, Волков А.С. Экспериментально-теоретическая проверка технической теории удара // Труды Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (Сибстрин), 2009. Т. 12. № 2. С. 25–34.

11. Гребенюк Г.И., **Вешкин М.С.** Расчет и оптимизация стержневых систем при импульсном нагружении // Труды Новосибирского государственного архитектурно-строительного университета (Сибстрин), 2012. Т. 15. № 1 (53). С. 68–73.

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ:

12. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022619410 Российская Федерация «dinam3» : № 2022618878 : заявл. 04.05.2022 г.: опубл. 20.05.2022 г. / **Вешкин М.С.**; Правообладатель: **Вешкин М.С.**

Подписано в печать _____ 2022. Формат 60х84.

Бумага офсет. Гарнитура Таймс. Уч.-изл. 1,15.

Тираж 100 экз. Заказ No _____.

Изд-во ФГБОУ ВО «ТГАСУ», 643003, г. Томск, пл. Соляная, 2.

Отпечатано с оригинал-макета автора в ООП ФГБОУ ВО «ТГАСУ».

634003, г. Томск, ул. Партизанская, 15.