

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет
(Сибстрин)

На правах рукописи



Гербер Юрий Андреевич

**НАДЕЖНОСТЬ ЛИНЕЙНО ДЕФОРМИРУЕМЫХ СТЕРЖНЕВЫХ
СИСТЕМ С ДИНАМИЧЕСКИМИ ГАСИТЕЛЯМИ КОЛЕБАНИЙ**

2.1.9. Строительная механика

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
кандидат технических наук,
профессор Себешев В.Г.

Новосибирск – 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ПРОБЛЕМА ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ДИНАМИЧЕСКИ НАГРУЖЕННЫХ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ, ЗАЩИЩЕННЫХ ГАСИТЕЛЯМИ КОЛЕБАНИЙ.....	13
1.1. Обзор и анализ развития теории надежности	13
1.2. Исследования динамически нагруженных систем с гасителями колебаний ...	17
1.3. Основные методы и алгоритмы решения задач теории надежности.....	19
1.4. Формирование системы критериев безотказности для расчета надежности системы.....	27
1.5. Выводы по главе 1	30
ГЛАВА 2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, МЕТОДИКИ И АЛГОРИТМЫ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ И ДИНАМИЧЕСКИМИ ГАСИТЕЛЯМИ КОЛЕБАНИЙ	31
2.1. Критерии безотказности для систем с гасителями колебаний	31
2.2. Учет нелинейности амплитудно-частотных характеристик в резонансных областях при расчете надежности динамически нагруженных систем.....	32
2.3. Модельные задачи расчетов надежности плоских стержневых гармонически нагруженных систем с одномассовыми гасителями колебаний при различных условиях безотказности	43
2.4. Определение вероятностных свойств обобщенных параметров динамической системы с ДГК при использовании преобразований основных неизвестных и масс	53
2.5. Влияние учета демпфирования на надежность.....	67
2.6. Выводы по главе 2.....	68

ГЛАВА 3. РЕГУЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ С ДИНАМИЧЕСКИМИ ГАСИТЕЛЯМИ КОЛЕБАНИЙ..... 70

3.1. Гашение колебаний посредством динамических гасителей как задача регулирования динамического напряженно-деформированного состояния гармонически нагруженных систем 71

3.1.1. Решение задачи регулирования динамического напряженно-деформированного состояния систем в силах инерции с использованием матрицы динамической податливости 73

3.1.2. Решение задачи регулирования динамического напряженно-деформированного состояния систем в перемещениях масс с использованием матрицы динамической жесткости..... 79

3.2. Оценка влияния регулирования гармонически нагруженных систем динамическими гасителями колебаний на надежность 92

3.3. Оптимизация по надежности параметров динамических гасителей колебаний при регулирования динамического напряженно-деформированного состояния системы..... 100

3.4. Выводы по главе 3..... 109

ГЛАВА 4. ПРИЛОЖЕНИЯ К РЕШЕНИЮ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ С ГАСИТЕЛЯМИ КОЛЕБАНИЙ..... 110

4.1. Оценка влияния на надежность конструкции стохастической изменчивости параметров системы и гасителей при гармонических воздействиях..... 110

4.2. Оценка надежности и долговечности конструкции с динамическими гасителями колебаний при длительных гармонических нагрузках 120

4.3. Надежность стержневых систем с динамическим гашением колебаний в областях сгущения спектра собственных частот 133

4.4. Вероятностные расчеты и оценка надежности стержневых гармонически нагруженных систем с динамическими гасителями колебаний с применением современных программных комплексов..... 142

4.5. Выводы по главе 4..... 152

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ 154

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	156
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Результаты расчетов.....	176
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Документы, подтверждающие внедрение результатов диссертационной работы	178

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Инженерные системы, в том числе строительные конструкции, здания и сооружения, могут испытывать различные динамические воздействия техногенного и природного характера, в частности, вибрационные (гармонического типа) – от установленного технологического оборудования, движения транспорта, а также циклические аэродинамические и гидравлические волновые нагрузки. Улучшение динамического состояния объекта возможно за счет применения различных приемов и технических решений. Значительное развитие получили теория и практика снижения вибрации за счет специальных устройств, встраиваемых в защищаемый объект, – гасителей колебаний, являющихся, по сути, регуляторами динамического напряженно-деформированного состояния (НДС) системы. Применение динамических гасителей колебаний (ДГК) в практике строительства зданий и сооружений для борьбы с колебаниями в системе является эффективным средством гашения вибраций. Вместе с тем, возможно существенное увеличение значений амплитуд параметров НДС защищаемой конструкции и снижение ее надежности из-за случайных отклонений фактически реализуемых расчетных параметров системы, нагрузки и самого гасителя от проектных значений, вследствие их стохастической природы. В связи с этим проблема расчета надежности или вероятности отказа для строительных систем (сооружений и конструкций) с применением динамических гасителей колебаний является актуальной.

На данный момент проблема определения надежности сооружений сохраняет свою актуальность. Проф. В.Д. Райзер в монографии «Теория надежности в строительном проектировании» за 1998 г. писал, что к тому времени «Сложившуюся ситуацию в нормировании правил расчета строительных конструкций можно охарактеризовать следующим образом – проектировщик почти ничего не знает о том, насколько успешно он выполнил свою главную задачу – проектное обеспечение нормального функционирования конструкции». Это особенно важно для безопасного функционирования систем, в которых из-за случайных отклонений параметров от расчетных значений может произойти

существенное ухудшение напряженно-деформированного состояния объекта. Это в полной мере относится к задачам динамики сооружений.

Создание алгоритмов расчета на надежность систем с ДГК позволит определять надежность системы и допустимые отклонения расчетных величин от их проектных значений, уменьшить материалоемкость при проектировании строительных объектов, прогнозировать долговечность конструкций, принимать технически обоснованные решения для обеспечения требуемой надежности.

Степень разработанности проблемы. Значительный вклад в теорию надежности, а также в разработку процедур нормирования и ранжирования расчетных параметров сооружений и конструкций на основе вероятностных методов внесли Б.И. Беляев, В.В. Болотин, Ю.А. Веселов, Г.А. Гениев, А.Я. Дривинг, Л.И. Иосилевский, В.А. Клевцов, Ю.В. Краснощеков, М.Б. Краковский, А.П. Кудзис, А.И. Лантух-Лященко, О.В. Лужин, А.С. Лычев, О.В. Мкртычев, А.В. Перельмутер, Ю.М. Почтман, А.П. Пшеничкин, В.А. Пшеничкина, В.Д. Райзер, А.Р. Ржаницын, В.Г. Себешев, Н.Н. Складнев, Б.И. Снаркис, Н.С. Стрелецкий, К.Э. Таль, С.А. Тимашев, Н.Ф. Хоциалов, В.П. Чирков, Я.Б. Шор, G. Augusti, A. Baratta, M. Castanheta, C.A. Cornell, O. Ditlevsen, B.R. Ellingwood, J. Ferry-Borges, A.M. Freudenthal, M.H. Faber, A.M. Hasofer, A.I. Johnson, F. Kashmata, K.C. Kapur, L.R. Lamberson, M. Mayer, R. Rackwitz, J. Schneider, G. Spaethe, J.D. Sørensen, D. Venziano, T. Vrouwenvelder.

Гасители колебаний заняли свою нишу в инженерной практике и применяются в различных конструкциях, как правило, в высотных и большепролетных зданиях и сооружениях. Особенностью применения гасителей колебаний является возможность существенно изменять амплитудно-частотные характеристики защищаемого объекта и, как следствие, его НДС при частотах динамических воздействий в области частоты настройки гасителя, не изменяя конструкцию. В развитие теории динамического гашения колебаний основной вклад внесли А.М. Алексеев, И.В. Ананьев, Ю.А. Гопп, А.В. Дукарт, С.В. Елисеев, В.В. Карамышкин, Б.Г. Коренев, Н.А. Пикулев, Г.П. Нерубенко, А.И. Олейник, Б.В. Остроумов, Л.М. Резников, А.К. Сборовский, С.П. Тимошенко, А.М. Уздин,

Г.М. Фишман, А.И. Шеин, J.E. Brock, J.P. Den-Garthog, F.M. Lewis, F.E. Reed, J.C. Snowdon, G.V. Warburton.

В целом в настоящее время можно констатировать наличие больших достижений как в области теории надежности и вероятностных методов расчета строительных конструкций, так и в вопросах борьбы с вибрациями в конструкциях с помощью гасителей колебаний. Но исследований надежности систем с динамическими гасителями колебаний недостаточно. Это направление требует развития – и в теоретическом плане, и для практической реализации результатов.

Цель работы – создание методики расчета надежности и долговечности по различным критериям безотказности стержневых систем с динамическими гасителями колебаний при гармонических воздействиях.

Для достижения поставленной цели сформулированы следующие **задачи**:

1. Выполнить анализ существующих методов вероятностных расчетов и теории надежности, с целью оценки возможности их использования для расчета надежности систем с конечным числом степеней свободы, защищенных от гармонических воздействий динамическими гасителями колебаний.

2. Разработать метод расчета параметров комплекса одномассовых динамических гасителей колебаний на основе решения задачи регулирования динамического НДС систем с ДГК, с определением оптимальных по надежности параметров гасителей.

3. Получить характеристики вероятностных свойств параметров НДС динамически нагруженных систем и численные оценки вероятности отказа и надежности по различным критериям безотказности для модельных задач – на примерах систем различных типов. Обосновать использование упрощенных обобщенных моделей для расчета надежности систем с гасителями колебаний.

4. Оценить влияние стохастической изменчивости параметров воздействий, защищаемых систем и динамических гасителей колебаний на надежность при гармонических нагрузках. Разработать расчетный аппарат и алгоритм определения долговечности конструкций с ДГК.

5. Выявить особенности расчетов надежности инженерных систем со сгущенным спектром собственных частот, защищенных динамическими гасителями колебаний. Рассмотреть возможность использования современных программных комплексов в вероятностных расчетах динамически деформируемых систем с ДГК.

Объект исследования – стержневые линейно деформируемые системы с конечным числом степеней свободы и динамическими гасителями колебаний.

Предмет исследования – вероятностные свойства параметров НДС и надежность динамически нагруженных линейно деформируемых систем с динамическими гасителями колебаний.

Методы исследования. Для решения задач расчета надежности линейно деформируемых систем с гасителями колебаний при динамических нагрузках используются аналитические и численные вероятностные методы определения стохастических параметров их НДС, понятийный аппарат и методы теории надежности инженерных систем в приложении к проблеме динамического гашения колебаний несущих строительных конструкций, методы и расчетный аппарат строительной механики дискретных (стержневых) систем, понятия, принципы и методы теории динамического гашения колебаний, понятийный аппарат и методы теории регулирования, теория оптимального проектирования конструкций.

Научная новизна работы:

1. Разработан метод определения жесткостных и инерционных характеристик гасителей, обеспечивающих выполнение исходных требований к параметрам динамического НДС систем с конечным числом степеней свободы, защищаемых от вибрации при гармонических воздействиях группами из нескольких ДГК. Решение получено в аналитической форме в виде зависимостей между массами и жесткостями гасителей, удовлетворяющими заданным условиям регулирования.

2. Выявлены особенности и трансформации плотности вероятности динамического коэффициента для модельных систем с одной степенью свободы с учетом и без учета демпфирования, в зависимости от частоты гармонического

воздействия и характеристик стохастических свойств расчетных параметров системы и воздействий. Получены оценки влияния уточненных вероятностных характеристик динамического коэффициента на надежность.

3. Осуществлено ранжирование случайных расчетных параметров защищаемой системы, воздействий и гасителей по их влиянию на показатели надежности. Установлено, что наиболее значимыми являются частота воздействия, масса и жесткость гасителя.

4. Получено решение задачи определения надежности и долговечности стержневых систем с конечным числом степеней свободы и одномассовыми динамическими гасителями колебаний при длительных гармонических воздействиях по критерию усталостной прочности материала и другим значимым условиям безотказности. Выявлен характер зависимости вероятности отказа от частоты внешнего воздействия или количества циклов нагружения.

Теоретическая и практическая значимость работы. В развитие теории динамического гашения колебаний разработан метод определения расчетных, в том числе оптимальных, параметров ДГК для систем, защищенных комплексами одномассовых ДГК, посредством которых осуществляется регулирование динамического НДС системы. Разработан расчетный аппарат и алгоритмы расчета надежности и долговечности по различным условиям работоспособности. Показано влияние сильной нелинейности параметров АЧХ на показатели надежности гармонически нагруженных систем. Дана оценка чувствительности надежности к случайным отклонениям расчетных параметров для систем с ДГК.

Результаты научного исследования рекомендуются для определения надежности и долговечности при расчете и проектировании конструкций зданий и сооружений, защищаемых от вибрационных воздействий динамическими гасителями колебаний.

Положения, выносимые на защиту:

1. Метод определения параметров комплекса ДГК для системы, защищенной от вибрации с помощью группы одномассовых динамических гасителей колебаний, позволяющий осуществлять требуемое регулирование динамического НДС системы.
2. Разработанный математический аппарат, алгоритмы и результаты расчетов надежности и долговечности по различным критериям безотказности гармонически нагруженных стержневых систем с динамическими гасителями колебаний.
3. Вероятностные динамические расчеты систем с конечным числом степеней свободы с использованием обобщенной модели с одной степенью свободы и характеристиками, полученными по различным комбинациям условий эквивалентности.
4. Сравнительные оценки результатов теоретических решений и их компьютерной реализации с использованием современных программных комплексов для модельных задач вероятностных расчетов стержневых систем с динамическими гасителями колебаний при гармонических воздействиях.

Степень достоверности результатов обеспечена корректным использованием общепринятых теорий и методов расчета, применением верифицированных и лицензированных программных продуктов, сопоставлением результатов численных и аналитических решений, полученных разными методами для модельных задач с системами разных типов, а также с результатами других авторов.

Апробация результатов работы. Основные результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на 3-й Всероссийской конференции «Проблемы оптимального проектирования сооружений» (Новосибирск, 2014); на Международной научно-технической конференции студентов, магистрантов и молодых ученых «Творчество молодых инновационному развитию Казахстана» (Усть-Каменогорск, 2015); на Всероссийской НТК «Актуальные вопросы строительства» (Новосибирск, 2015, 2016); на I Международной научно-

практической конференции, посвященной 100-летию д.т.н. профессора О.В. Кунцевича, «Строительные материалы, конструкции и сооружения XXI века» (Санкт-Петербург, 2016); на Международной НТК «Актуальные вопросы архитектуры и строительства» (Новосибирск, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022); на VII международном симпозиуме «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений (Actual Problems of Computational Simulation in Civil Engineering - APCSCE 2018)» (Новосибирск, 2018); на V международной конференции «Проблемы безопасности критических инфраструктур (Safety Problems of Civil Engineering Critical Infrastructures)» (Екатеринбург, 2019); на международной научной конференции «Моделирование и методы расчета строительных конструкций» (The International Conference «Modelling and Methods of Structural Analysis» MMSA-2019) (Москва 2019).

Внедрение результатов работы. Полученные результаты (метод, методики, алгоритмы расчета и данные расчетов) используются в проектных организациях ООО «НО ЦНИИПРОЕКТЛЕГКОНСТРУКЦИЯ», ООО «Техпром-Инжиниринг» и в учебном процессе НГАСУ (Сибстрин) при подготовке студентов, обучающихся по специальности 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений».

Публикации. По материалам диссертационной работы опубликовано 13 работ, в том числе 4 статьи в ведущих научных рецензируемых изданиях, включенных в перечень ВАК Минобрнауки России, и 3 статьи в изданиях, индексируемых международной базой данных Scopus.

Личный вклад автора состоит в анализе состояния проблемы, постановке задач исследования, выводе аналитических зависимостей, получении результатов численных и аналитических решений и их анализе, формулировке основных выводов диссертационного исследования, подготовке публикаций с основными результатами исследования совместно с научным руководителем.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, выводов по работе, библиографического списка и приложений. Общий объем диссертации: 181 страница, в т.ч. 15 таблиц, 83 рисунка, 2 приложения и список литературы из 203 наименований.

Первая глава содержит аналитический обзор основных работ по теории надежности и вероятностным методам расчетов в технике и строительной механике, а также по вопросам теории динамического гашения колебаний в деформируемых системах, каковыми являются строительные конструкции. Рассмотрены основные методы и алгоритмы решения задач теории надежности, приведены основные расчетные зависимости и формулы. Отражены принципы формирования и ранжирования системы критериев безотказности.

Во второй главе оценены основные методы определения вероятностных характеристик. Дано описание формирования системы критериев безотказности для систем с ДГК. Рассмотрены модельные задачи определения надежности по различным критериям безотказности для систем с ДГК. Представлен вариант приведения системы с конечным числом степеней свободы к обобщенной модели с использованием различных условий эквивалентности, с учетом оценки ее вероятностных свойств.

В третьей главе показана возможность использования групп ДГК для регулирования динамического НДС системы. Выведены аналитические зависимости для подбора значений массы и жесткости каждого гасителя, с учетом свойств воздействий, самой системы, гасителей и условий регулирования (варианты с использованием матрицы податливости или жесткости), решены модельные, верификационные задачи, а также, с использованием предлагаемого метода, произведены расчеты гашения колебаний для характерных конструкций – рам и ферм. Предложены алгоритмы поиска оптимальных параметров групп ДГК с точки зрения надежности.

В четвертой главе выполнен анализ влияния стохастической изменчивости параметров гасителя и системы на надежность. Представлен алгоритм определения долговечности и надежности при длительных гармонических нагрузках. Рассмотрен вопрос оценки надежности системы с динамическим гашением колебаний в областях сгущения спектра собственных частот. Оценена возможность использования ПК ANSYS для проведения вероятностных расчетов.

В заключении диссертации приведены основные выводы, список литературы и приложения.

Глава 1. Проблема оценки надежности динамически нагруженных строительных конструкций, защищенных гасителями колебаний

1.1. Обзор и анализ развития теории надежности

Развитие теории надежности началось в 30-х годах XX века, когда появились работы, в которых впервые была показана статистическая природа коэффициентов запаса прочности, – исследования М. Майера (M. Mayer) (Германия) [186] 1926 г. и Н.Ф. Хоциалова (СССР) [155, 156] 1929 г. Несмотря на то, что в этих работах учитывалась статистическая природа только прочностных характеристик материалов, они опередили представления ученых того времени о природе коэффициента запаса или, как его называли, «коэффициента незнания» и поэтому не получили большого признания в кругу специалистов строительной отрасли. Позднее идеи статистического подхода к оценке прочности строительных конструкций получили свое развитие в исследованиях Н.С. Стрелецкого [140, 141], который дал систематическое изложение статистической концепции надежности сооружений. Его работы по внедрению статистических методов в строительную механику, начиная с 1935 г., положены в основу созданного в нашей стране метода расчета конструкций по предельным состояниям [142]. Труды Н.С. Стрелецкого использовались при разработке новых строительных норм в 1945 г., где вместо использовавшегося ранее единого коэффициента запаса («коэффициента незнания») были введены три группы коэффициентов, при определении которых учитывалась вероятностная природа характеристик материалов (о чем впервые говорилось в работах Н.Ф. Хоциалова), нагрузок и уровень ответственности строительных объектов (чего раньше не было).

В пятидесятых и начале шестидесятых годов XX-го столетия, в связи с бурным развитием технологий, в первую очередь радиоэлектроники, вычислительной техники, самолето- и ракетостроения, теория надежности окончательно сформировалась как общетехническая дисциплина. После второй мировой войны исследования в области теории надежности и вероятностных методов теории расчета строительных конструкций продолжались и в СССР, и за

рубежом. Существенным развитием идей Н.С. Стрелецкого являются исследования А.Р. Ржаницына (1947 – 1952 гг.) [115, 116], который дал строгие математические формулировки решаемых задач. Работа А.Р. Ржаницына 1952 г. [116], является особенно значимой, в ней изложена концепция безопасности сооружений, которую можно считать основой теории надежности строительных конструкций. Впервые с точки зрения вероятностных методов, в предположении о нормальном распределении функций обобщенной прочности и обобщенной нагрузки, была дана формула определения коэффициента β , который позже получил название «характеристика безопасности», а за рубежом «индекс надежности (reliability index)». Предложенный А.Р. Ржаницыным подход позднее в зарубежной литературе назовут «методом второго момента» (second-moment method) [168], который станет основой норм по расчету и проектированию строительных конструкций с требуемой надежностью. В настоящее время процедура определения надежности элементов конструкций по Еврокодам [202] реализует алгоритм, изложенный в работе [116]. Среди работ западных ученых в области теории надежности, в тот период времени необходимо отметить труды А.М. Фрейденталя (A.M. Freudenthal) [175, 176, 177] и А.И. Ионсона (A.I. Johnson) [183]. Все вышеперечисленные работы характеризуются стремлением авторов рассмотреть простейшие расчетные схемы и модели, которые не требуют использования сложного математического аппарата решения и позволяют дать качественное описание сути решаемых задач, изучить влияние стохастической природы прочностных характеристик материалов конструкций, нагрузок, а также поставить задачи оптимизации с учетом надежности.

С 60-х годов XX в. начинается следующий этап развития теории надежности, который характеризуется резким увеличением числа исследований в этой области. Как отмечает В.В. Болотин «Основной чертой этого периода является более глубокое понимание принципов надежности и переход от элементарных методов теории вероятностей к методам теории случайных функций» [8]. Общие принципиальные вопросы применения вероятностных методов к анализу надежности сооружений получили свое развитие в фундаментальных

исследованиях В.В. Болотина [8, 9, 10]. Отдельно необходимо отметить известную монографию А.Р. Ржаницына 1978 г. [118], в которой были подытожены основные достижения в области теории надежности строительных конструкций. Также существенный вклад в совершенствование методов расчета надежности конструкций, обоснование процедур нормирования и ранжирования критериев безотказности внесли отечественные ученые, в числе которых Б.И. Беляев [6, 7], Ю.А. Веселов [13], Г.А. Гениев [15, 16], А.Я. Дривинг [27], Л.И. Иосилевский [64], В.А. Клевцов [67], Ю.В. Краснощеков [71, 72, 73], М.Б. Краковский [70], А.П. Кудзис [75], А.И. Лантух-Лященко [76], О.В. Лужин [77], А.С. Лычев [78, 79], А.В. Перельмутер [92], Ю.М. Почтман [93], А.П. Пшеничкин [96, 97, 98], В.А. Пшеничкина [96, 99, 158], В.Г. Себешев [124 – 128], Н.Н. Складнев [133, 134], Б.И. Снаркис [119, 135], К.Э. Таль [143, 144], С.А. Тимашев [145, 146], В.С. Уткин [149, 150, 151], А.И. Цейтлин [157], В.П. Чирков [159], Я.Б. Шор [163] и др. Современное представление процедур нормирования расчетных параметров на основе вероятностных методов, а также систематическое изложение современных представлений теории надежности строительных конструкций можно найти в работах В.Д. Райзера [11, 83, 100 – 105] и О.В. Мкртычева [82, 83]. Вопросы вычисления нормативной надежности железобетонных конструкций по различным критериям освещены в работах Герасимова Е.П. [17, 18, 19]. Подтверждением актуальности прямых расчетов надежности строительных конструкций при их проектировании служит появление в России ряда нормативных документов [197, 199, 201], законов [152] и их частичная актуализация [198], а также включение в Eurocodes [202] числовых значений параметров, достижение которых обеспечивает необходимый уровень надежности сооружения.

В западной научной литературе основополагающей в области теории надежности конструкций считается работа К.А. Корнелла (С.А. Cornell) [168], давшая импульс для дальнейших исследований. Существенным толчком в развитии методов теории надежности в Европе и Америке было создание объединенного комитета безопасности конструкций JCSS (Joint Committee on Structural Safety) в 1971 г. и действующего до сих пор (<https://www.jcss.byg.dtu.dk/>).

В него входили такие ученые как Й. Ферри-Боржес (J. Ferry-Borges) [174], Й. Шнейдер (J. Schneider) [192], Р. Раквитц (R. Rackwitz) [187], Т. Вроуенвельдер (T. Vrouwenvelder) [194], М.Х. Фабер (M.H. Faber) [173], Дж.Д. Сёренсен (J.D. Sørensen) [190, 191]. Следует отметить труды ученых, внесших значительный вклад в области нормирования надежности строительных конструкций А.М. Хасофер (A.M. Hasofer) [181], О. Дитлевсен (O. Ditlevsen) [170, 171], Б.Р. Элингвуд (B.R. Ellingwood) [172], Д. Венциано (D. Venziano) [193]. Часть работ вышеуказанных ученых была использована при создании Европейских норм проектирования [202]. Также большой вклад в развитие вероятностных методов расчета строительных конструкций и теории надежности внесли Г. Аугусти (G. Augusti), А. Баратта (A. Baratta), Ф. Кашмата (F. Kashmata) [4], К. Капур (K.C. Kapur), Л. Ламберсон (L.R. Lamberson) [65], М. Кастанета (M. Castanheta) [174], Г. Шпете (G. Spaethe) [164] и др. В современном виде изложение проблем оптимизации конструкций с учетом надежности можно найти в книге [169].

Направления современного развития теории надежности строительных конструкций связаны с попытками учесть «непредвиденные события», которые не зависят от процесса проектирования и связаны с эксплуатацией объекта и внешними воздействиями на него, такими как ураганы, землетрясения, пожары, аварии, действия со злым умыслом (теракты). Улучшение методов расчета и проектирования строительных конструкций с целью достижения качества, превосходящего минимальные требования стандартов, для повышения надежности объекта и снижения вероятности неприемлемого ущерба от маловероятных угроз с тяжелыми последствиями является перспективным, о чем свидетельствует требование расчета на прогрессирующее разрушение [198], чего раньше не требовалось.

На данный момент необходимость владения аппаратами вероятностной строительной механики и теории надежности для инженеров становится очевидной. Это учитывается системой образования: во многих технических университетах страны в учебные планы включены курсы по вероятностным методам строительной механики и теории надежности.

1.2. Исследования динамически нагруженных систем с гасителями колебаний

Разработка средств и методов виброзащиты является одной из важных научно-теоретических и технических проблем в различных областях техники – судостроении, авиастроении, приборостроении, машиностроении и др., а также в промышленном и гражданском строительстве. К настоящему времени известны различные методы и средства борьбы с недопустимыми колебаниями конструкций: балансировка и уравнивание машин, являющихся источником динамических нагрузок, изменение жесткостных и инерционных параметров системы, применение виброизоляции и различных гасителей колебаний. Одним из путей является оптимизация характеристик рассматриваемой системы – в этом направлении академиком Л.С. Ляховичем разработаны методы синтеза линейно деформируемых систем с требуемыми динамическими свойствами за счет отыскания выгоднейшего расположения масс и упругих связей [80]. Каждый из вышеуказанных методов виброзащиты имеет свою рациональную область применения. Как средство борьбы с колебаниями гасители могут быть выделены особо, ввиду удобства и эффективности их использования. Эффект динамического гашения колебаний упругих систем на постоянной частоте малыми массами, упруго присоединяемыми к основной системе или уже имеющимися в ней по конструктивному замыслу, был предложен Фрамом еще в 1909 г. для успокоения качки корабля. С тех пор эта идея – введение дополнительной массы, которая своими колебаниями в противофазе на частоте внешнего воздействия гасит колебания основной системы, – применялась в конструкциях самого разного рода. В первых исследованиях, проведенных в начале XX века, рассматривался динамический гаситель колебаний (ДГК) без учета демпфирования, настраиваемый на частоту вынуждающей силы. Такой гаситель считался узкополосным, так как не устранял колебания при отклонениях вынуждающей силы. Учет демпфирования позволил существенно расширить полосу частот эффективной работы ДГК. Основные направления исследований в области виброгашения были связаны с оптимизацией параметров и оценкой ДГК в стационарных и переходных режимах

при различных динамических воздействиях, изучением эффективности усложненных линейных и нелинейных ДГК, выявлением рациональной области применения ДГК для реальных конструкций, имеющих различные – и достаточно простые, и весьма сложные – расчетные схемы, разработкой эффективных методов расчета конструкций с присоединенными ДГК, разработкой новых технических решений ДГК, обладающих требуемыми динамическими качествами, применением ДГК в инженерной практике. Задача об оптимальных параметрах линейного ДГК с вязким трением привлекла внимание многих исследователей и представлена в курсах теории колебаний Дж.П. Ден-Гартога [25], С.П. Тимошенко [147, 148] и др. Значительный вклад в развитие теории гасителей колебаний внесла научная школа, основанная Б.Г. Корневым [68, 69], а также работы таких отечественных и зарубежных ученых как А.М. Алексеев [3], С.В. Елисеев [61, 62], В.В. Карамышкин [66], Б.В. Остроумов [89], Н.А. Пикулев [81, 94, 95], А.К. Сборовский [3], Г.П. Нерубенко [62], Л.М. Резников [68, 69, 106 – 113], А.М. Уздин [85, 86], Г.М. Фишман [112, 113], Дж.Е. Брок (J.E. Brock) [165], Ф.М. Льюис (F.M. Lewis) [185], Ф.Е. Рид (F.E. Reed) [188], Дж.С. Сноудон (J.C. Snowdon) [189], Г.В. Уорбертон (G.V. Warburton) [196] и др. Обширные исследования по теории динамического гашения колебаний с использованием ударных и динамических гасителей колебаний в стационарных и нестационарных режимах выполнены А.В. Дукартом [28 – 60]. В области расчета и моделирования многомассовых динамических гасителей колебаний следует отметить работы Б.Г. Корнева [69], А.В. Дукарта [38 – 50], А.И. Олейника [38 – 50, 87, 88] и А.И. Шеина [160, 161, 162]. Однако динамический гаситель колебаний не является универсальным средством для снижения вибраций. ДГК эффективен лишь при изменениях частоты воздействия в достаточно узком диапазоне. При переходных режимах или случайном возмущении работа ДГК требует оценки в каждом конкретном случае, и его эффективность в некоторых ситуациях проблематична. Оценке работы динамических гасителей колебаний при случайных воздействиях посвящены исследования Л.М. Резникова [106 – 113], Г.М. Фишмана [112, 113], также можно отметить работу [74], посвященную случайным колебаниям.

Последние десятилетия также активно ведутся исследования гасителей колебаний за рубежом, особенно в Японии [182, 195]. Гасителям колебаний посвящено достаточно много научно-технической литературы, что находит свое отражение в разделах справочников [26, 139], специальных пособиях [114] и в современных нормативных документах [138]. В мировой и отечественной практике строительства накоплен уже значительный опыт динамической защиты высотных зданий и сооружений, а также других объектов: главный монумент Памятника Победы на Поклонной горе в Москве; небоскреб Citicorp Center в Нью-Йорке; небоскреб Тайбэй 101 (Тайвань); «танцующий мост» в Волгограде; высотные дымовые трубы и т.д. Как отмечается в [66] «результаты исследований ДГК при случайных воздействиях представляют значительный интерес для инженерных приложений, так как позволяют применять гасители как средство уменьшения уровня колебаний при разных видах динамических нагрузок и, несмотря на большое количество исследований, необходимо решение не только детерминистических, но и стохастических задач».

1.3. Основные методы и алгоритмы решения задач теории надежности

При решении задачи определения надежности все параметры, учитываемые в расчете, считаются случайными величинами с известными вероятностными свойствами. Каждая реализация случайной величины $\tilde{x}$ подчиняется определенному закону распределения $p_x(x)$ (Гаусса (нормальное), Вейбулла, Пирсона и др.) (рисунок 1.1). Главными числовыми характеристиками случайной величины $\tilde{x}$ являются ее математическое ожидание (МО) $\bar{x}$, дисперсия $\hat{x}$, стандарт $\hat{x}$ и коэффициент вариации $A_x = \hat{x}/\bar{x}$. Методика, терминология и основные обозначения случайных характеристик в данной работе приняты согласно проф. А.Р. Ржаницыну [118] и проф. В.Д. Райзеру [11, 100 – 102], а также [200].

Для вычисления надежности должны быть известны вероятностные свойства выходных параметров системы (динамических и/или полных перемещений, усилий, напряжений и др.). Определение их вероятностных характеристик

(плотностей распределения, математических ожиданий, стандартов/дисперсий и проч.) является одним из наиболее сложных этапов расчета надежности и требует учета конструктивных особенностей (структуры, размеров, расположения масс и др.) и количества элементов системы, а также видов и частотных свойств воздействий и др. Для нахождения вероятностных характеристик выходных параметров системы могут быть использованы аналитическое решение и численные методы.

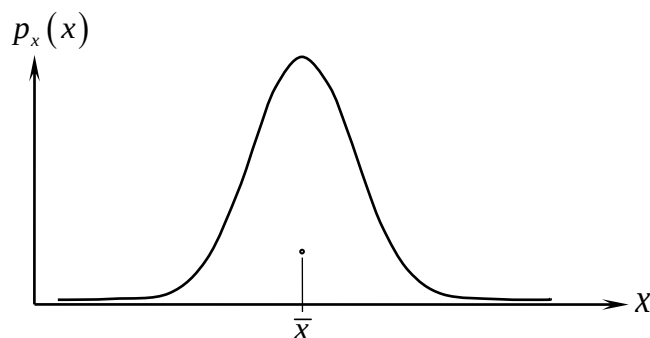


Рисунок 1.1 – Плотность распределения случайной величины $\tilde{x}$

Для использования **аналитического (точного) решения** необходимо знать вид плотности распределения вероятностей параметров. Для получения точных аналитических выражений плотности распределения выходного параметра $f(X)$, являющегося функцией от n входных случайных величин $X = \{x_1 \dots x_n\}$, используют известную зависимость [118]

$$p_f(f) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty}}_{n \text{ раз}} p_X(X) \cdot \left| \frac{d x_1(f, x_2, \dots, x_n)}{d f} \right| dx_2 \dots dx_n. \quad (1.1)$$

Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратичное отклонение (стандарт) определяются соответственно по формулам

$$\bar{f} = \int_{-\infty}^{\infty} f \cdot p_f(f) df; \quad (1.2)$$

$$\hat{f} = \int_{-\infty}^{\infty} (f - \bar{f})^2 p_f(f) df. \quad (1.3)$$

$$\hat{f} = \sqrt{\hat{f}}. \quad (1.4)$$

Использования выражений (1.1) для многоэлементных сложных систем является затруднительным или вовсе математически невозможным даже при наличии известной аналитической математической модели, определяющей соотношения между входными и выходными параметрами системы.

Вследствие указанных трудностей рациональной альтернативой построению точного решения по определению вероятностных характеристик параметров НДС рассматриваемых систем являются приближенные методы – метод статистических испытаний (МСИ) (метод Монте-Карло в различных модификациях) и метод статистической линеаризации (МСЛ) [12].

Метод статистической линеаризации основан на разложении функции $\tilde{U} = U(\tilde{X})$ в ряд Тейлора в окрестности центра распределения случайного вектора аргументов $\tilde{X}$ с удержанием линейных членов разложения.

Выходные параметры вероятностного расчета, а также некоторые входные параметры и собственные характеристики стохастической системы представляют собой функции от других случайных величин (векторов случайных входных параметров) $\tilde{U}(X) = U(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n)$. Математическое ожидание случайной величины $\tilde{U}$ по МСЛ определяется как $\bar{U} = U(\bar{X})$. Дисперсию $\tilde{U}$ можно определить как

$$\hat{U} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial U}{\partial x_i} \bigg|_{X=\bar{X}} \cdot \frac{\partial U}{\partial x_j} \bigg|_{X=\bar{X}} \right) \cdot \widehat{x_i x_j}, \quad (1.5)$$

а при некоррелированных (статистически независимых) $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n$ – по формулам

$$\hat{U} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial U}{\partial x_i} \bigg|_{X=\bar{X}} \right)^2 \cdot \hat{x_i} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial U}{\partial x_i} \bigg|_{X=\bar{X}} \cdot \hat{x_i} \right)^2. \quad (1.6)$$

МСЛ является достаточно простым методом решения вероятностных задач. Достоинством МСЛ является возможность получения решений в аналитическом виде, а недостатками – невозможность выявления типа распределения случайной величины $\tilde{U} = U(\tilde{X})$ и то, что данный метод может давать погрешности для сильно нелинейных функций.

Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) – решение прямой задачи вероятностного расчета путем формирования и статистической обработки достаточной (репрезентативной) выборки значений выходных параметров по результатам многочисленных перерасчетов системы при искусственно генерируемых случайных (псевдо-случайных) векторах входных параметров. Алгоритм МСИ представлен на рисунке 1.2.



Рисунок 1.2 – Алгоритм вероятностного расчета методом МСИ

Отличительной особенностью МСИ является возможность выявления вида плотности распределения вероятностей.

Вышеуказанные методы определения вероятностных характеристик случайной величины используются в задачах вероятностного расчета – прямой и обратной.

Прямая (поверочная) задача вероятностного расчета: по известным (заданным) вероятностным характеристикам входных параметров определить стохастические характеристики выходных параметров.

Алгоритм решения прямой задачи вероятностного расчета показан на рисунке 1.3.



Рисунок 1.3 – Алгоритм решения прямой задачи вероятностного расчета

Обратная (проектная) задача вероятностного расчета: определить вероятностные характеристики входных параметров, обеспечивающие требуемые характеристики случайных выходных параметров. Основными вариантами обратных задач являются: определение допустимых вероятностных характеристик воздействий (нагрузок); расчет необходимых статистических показателей геометрических характеристик сечений (или параметров глобальной геометрии, структуры, жесткости и т.п.). В общем случае обратная задача не имеет единственного решения, и иногда относится к математически некорректным. В зависимости от постановки задачи, результатом может являться график функции границы области допустимых значений (ОДЗ) – МО и коэффициент вариации параметра или гиперповерхность границы ОДЗ, в случае, когда задача многопараметрическая.

Решение прямой или обратной задачи вероятностных расчетов является необходимым этапом для определения надежности. В расчетах надежности, в зависимости от постановки задачи, решается прямая или обратная задача теории надежности.

Прямая задача теории надежности (ПЗТН): по известным входным параметрам как случайным величинам с известными заданными вероятностными свойствами определить надежность системы.

Зная всю статистическую информацию и необходимые выражения параметров НДС, следуя методике А.Р. Ржаницына, для определения надежности как вероятности случайного события (безотказной работы системы) вводится обобщенная характеристика – резерв прочности $\tilde{S}$ – случайная величина

$$\tilde{S} = \tilde{R} - \tilde{Q}, \quad (1.7)$$

где $\tilde{R}$ – обобщенная прочность (сопротивление – resistance) ; $\tilde{Q}$ – обобщенная нагрузка (иначе – нагрузочный фактор, нагрузочный эффект – load factor, load effect).

Под обобщенной нагрузкой и прочностью, в зависимости от выбранного критерия безотказности, могут пониматься различные, как правило, случайные, величины, определенные путем вероятностного расчета или детерминированные величины, выбранные по требованиям технической документации.

Надежность в понимании вероятности отсутствия отказа определяется как

$$P_S = 1 - P_f, \quad (1.8)$$

где $P_f = \int_{-\infty}^0 p_S(S) dS$ – вероятность отказа по принятому критерию; $p_S(S)$ – плотность распределения вероятностей резерва прочности (рисунок 1.4).

В литературе по теории надежности используются также обозначения надежности N_S и вероятности отказа $P_S(0)$ [118].

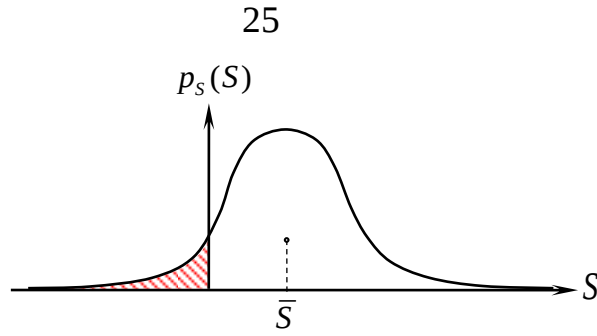


Рисунок 1.4 – Плотность распределения резерва прочности

При известном законе распределения плотности резерва обобщенной прочности вероятность отказа находится как функция от характеристики безопасности (индекса надежности)

$$\beta_s = \frac{\bar{S}}{\hat{S}}, \quad (1.9)$$

где $\hat{S} = \sqrt{\hat{S}}$ – стандарт резерва обобщенной прочности; $\hat{S}$ – дисперсия резерва обобщенной прочности; $\bar{S}$ – математическое ожидание резерва обобщенной прочности.

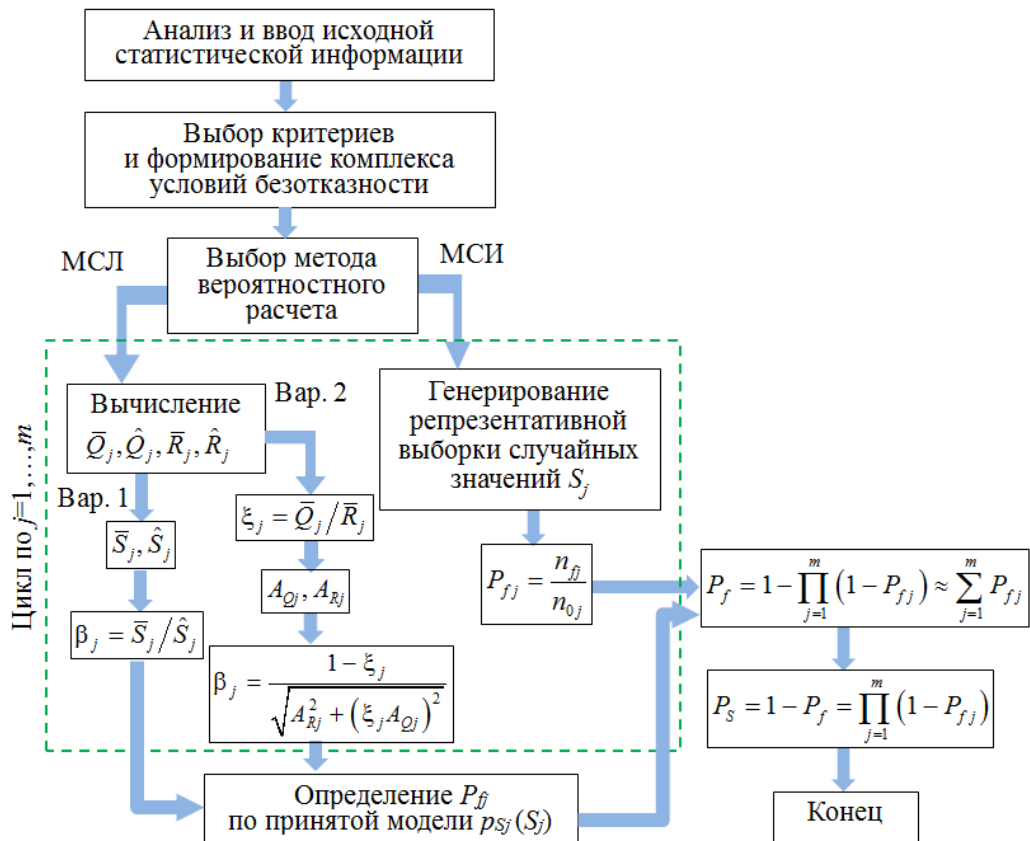


Рисунок 1.5 – Алгоритм решения прямой задачи теории надежности

Математическая модель ПЗТН: заданы векторы случайных входных параметров $\{\tilde{X}\}$ и ограничения $\tilde{Q}_j < \tilde{R}_j \ (j = \overline{1, m})$, требуется найти надежность P_s или вероятность отказа системы $P_f = 1 - P_s$. В общей форме алгоритм решения ПЗТН можно представить в виде, показанном на рисунке 1.5. Особенностью прямых задач является то, что они имеют единственное решение.

Практическое значение, особенно при проектировании, имеет также **обратная задача теории надежности**: по требуемой надежности определить допустимые вероятностные свойства входных параметров системы. Решение обратной задачи является более сложным, чем решение прямой задачи теории надежности. В результате находится гиперповерхность, ограничивающая область допустимых значений вероятностных характеристик случайных входных параметров. Получение аналитического решения обратной задачи является сложной, а зачастую просто невозможной, процедурой. Реальный путь в этом случае – выполнение перерасчетов с многократным решением прямых задач теории надежности при варьировании характеристик случайных входных параметров системы до тех пор, пока не будет обеспечена требуемая надежность. При этом возможно отыскание достаточного числа комбинаций стохастических характеристик вектора входных параметров, определяющих конечное число точек гиперповерхности границы области допустимых значений.

Математическую модель обратной задачи теории надежности (ОЗТН) можно представить следующим образом: заданы требуемая $[P_s]$ или допустимая $[P_f]$, часть расчетных параметров $\{\tilde{X}_0\}$ и ограничения $\tilde{Q}_j < \tilde{R}_j \ (j = \overline{1, m})$; найти область допустимых значений входных параметров. В общем виде алгоритм решения ОЗТН можно представить так, как показано на рисунке 1.6.

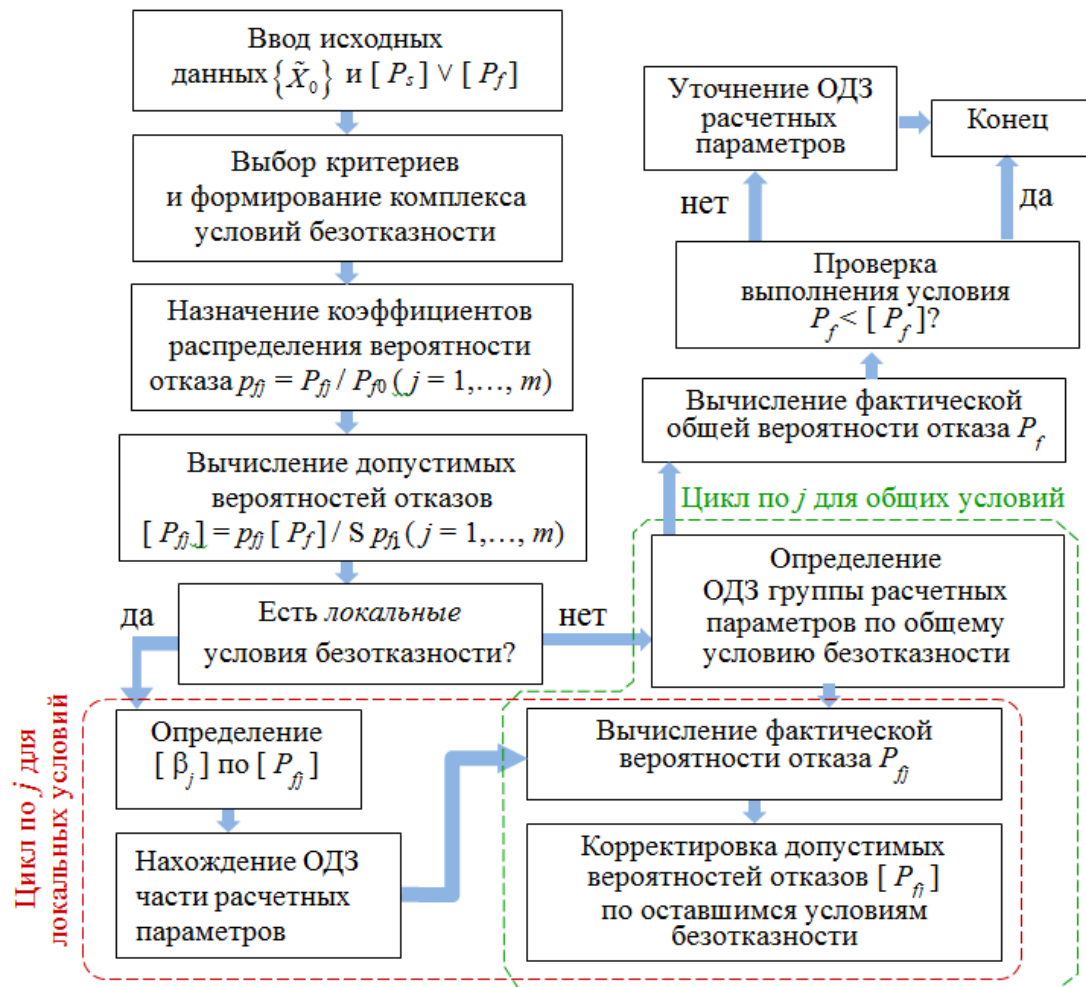


Рисунок 1.6 – Алгоритм решения обратной задачи теории надежности

Оптимизационная задача: синтез стохастической системы, удовлетворяющей принятому критерию оптимальности с учетом показателей надежности, при выполнении установленных ограничений на случайные входные и выходные параметры.

1.4. Формирование системы критериев безотказности для расчета надежности системы

Критерием безотказности (безопасности) принято называть качественно сформулированное требование, предъявляемое к некоторому параметру, характеризующему эксплуатационное состояние системы, в котором она может выполнять предписанные ей функции в необходимом объеме. Возможно существование нескольких одновременно учитываемых критериев безотказности. В таких случаях имеет место многокритериальная оценка надежности. Например,

для несущих строительных конструкций обобщенными критериями безотказности могут быть требования прочности, устойчивости, жесткости, живучести и др., предъявляемые к сооружению или конструкции в целом либо к их элементам [128] (рисунок 1.7).

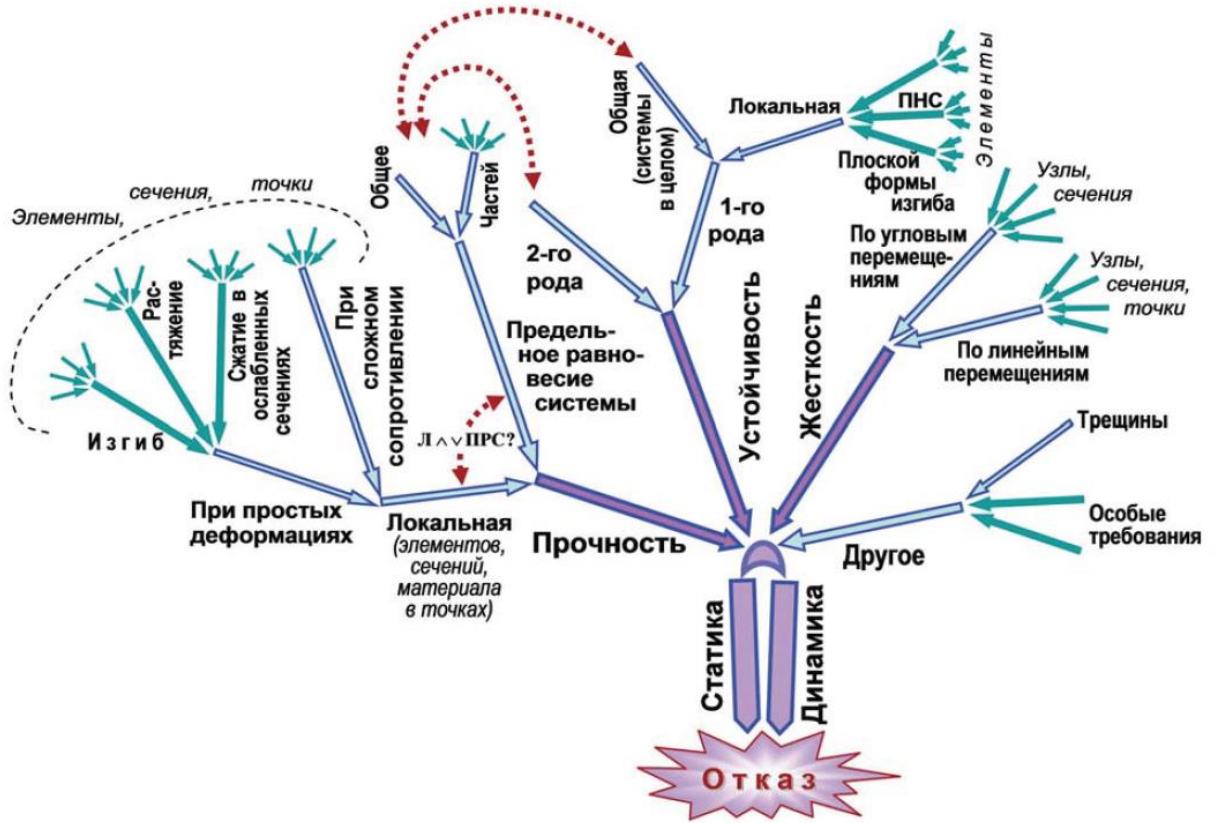


Рисунок 1.7 – Модель «дерева отказов» по [128]

Формирование системы критериев всегда связано с выбором таких характеристик самой системы или ее состояния, которые по определенным соображениям (техническим, технологическим, эксплуатационным, экономическим и др.) считаются наиболее значимыми. На безопасную работу конструкции или сооружения, в принципе, влияют все величины, определяющие механическое поведение объекта (характеристики его собственных свойств – глобальной и локальной геометрии, структуры, физико-механического поведения и др., а также внешние воздействия). В связи с большим числом этих параметров возникает необходимость выделения из них наиболее важных, по которым и следует оценивать риски как вероятности возникновения тех или иных ситуаций, рассматриваемых как отказы. Для сокращения трудоемкости расчета надежности за счет исключения из рассмотрения заведомо несущественных рисков, следует

выполнить анализ и ранжирование рисков по значимости, основываясь на предварительных оценках, инженерном опыте, интуиции и аналогиях. Причем в каждой новой постановке задачи эту процедуру необходимо повторять снова в силу того, что для разных систем влияние входных величин тоже будет разным. После анализа выстраивается четкая иерархия потенциальных отказов. При этом необходимо иметь в виду, что исключение любого, даже малозначимого критерия работоспособности (безотказности) всегда дает завышение общей оценки надежности системы, хотя, возможно, и пренебрежимо малое.

После выбора критериев отказа составляется система условий безотказности (работоспособности) как совокупность записанных в аналитической форме ограничений, обычно в виде неравенств, в одной части каждого из которых располагается случайная величина, численно характеризующая состояние стохастической системы по некоторому критерию, а в другой части – допустимое (нормируемое) ее значение, возможно, также случайное. В общем виде критерий безотказности записывается в виде

$$\tilde{Q}_j < \tilde{R}_j \text{ или } \tilde{S}_j = \tilde{R}_j - \tilde{Q}_j > 0, \quad (1.10)$$

где j – номер критерия.

Выполнив вычисления вероятности отказа по j -му критерию $P_{fj} = \int_{-\infty}^0 p_{Sj}(S) dS_j$, общую надежность находят как

$$P_S = \prod_{j=1}^m P_{Sj} = \prod_{j=1}^m [1 - P_{fj}], \quad (1.11)$$

а вероятности отказа

$$P_f = 1 - P_S = 1 - \prod_{j=1}^m [1 - P_{fj}]. \quad (1.12)$$

При малых P_{fj} можно вычислять суммарную вероятность отказа как

$$P_f \approx \sum_{j=1}^m P_{fj}, \text{ а по ней – надежность системы } P_S = 1 - P_f.$$

1.5. Выводы по главе 1

1. Анализ литературных источников, посвященных определению надежности деформируемых систем и развитию теории гашения колебаний с применением гасителей (динамических и ударных) выявил, что в настоящее время существует достаточное количество публикаций, по каждой из проблем (надежность и виброгашение) в отдельности. Учет вероятностной природы нагрузки в системах с гасителем колебаний представлен в работах Л.М. Резникова, Г.М. Фишмана и Б.Г. Коренева. Однако работы, посвященные исследованию надежности систем с гасителями колебаний, учитывающие стохастическую природу системы, гасителя и внешнего воздействия, малочисленны и за последние годы фактически не появлялись.

2. Для определения вероятностных характеристик выходных параметров системы можно использовать точный и приближенные методы. Как правило, ввиду сложности получения точного решения для многопараметрических систем, используются приближенные методы – метод статистической линеаризации (МСЛ) и метод статистических испытаний (МСИ). Использование МСЛ целесообразно для функций характеризующихся слабой нелинейностью. МСИ позволяет выявить вид плотностей распределения, но требует больших вычислительных ресурсов.

3. Концепция определения надежности, заложенная в современные нормативные документы (Eurocodes), основана на методике, предложенной А.Р. Ржанициным в 50-х годах XX века, и не претерпела значительных изменений. Существующие алгоритмы расчета надежности позволяют решать как прямые, так и обратные задачи, тем самым позволяя задавать необходимые свойства параметрам конструкций еще на стадии проектирования и изготовления.

4. Существует несколько основных критериев безотказности – прочность, жесткость, устойчивость и других, вытекающих из них условий. При оценке надежности системы необходимо проводить ранжирование критериев по их значимости, это позволяет уменьшить объем вычислений без потери качества полученных решений.

Глава 2. Основные положения, методики и алгоритмы расчета надежности стержневых систем с конечным числом степеней свободы и динамическими гасителями колебаний

2.1. Критерии безотказности для систем с гасителями колебаний

Формирование системы критериев безотказности для динамически нагруженных систем с гасителями колебаний имеет свои особенности. Так, помимо условий безотказности, относящихся к статическому состоянию системы (прочность, устойчивость, жесткость и др.) необходимо учитывать динамическое напряженно-деформированное состояние (см. рисунок 1.7). При этом с учетом постановки ГК важным является выбор мест, в которых назначаются расчетные объекты (элементы, сечения, точки). Кроме мест постановки гасителей колебаний надо оценивать другие точки системы, в которых возникают максимальные усилия (напряжения) и перемещения. Выбор расчетных сечений зависит от свойств системы и реализуемого фактического НДС, учитывающего статическую и динамическую составляющие. Количество критериев и расчетных условий безотказности необходимо назначать с учетом их вклада в общую вероятность отказа по комплексному критерию безотказности. Например, в стержневой многоэлементной системе будет очевидным большое количество условий работоспособности. Каждое условие безотказности будет давать свой вклад в итоговую вероятность отказа. Если применять для каждого расчетного элемента весь набор критериев безотказности (см. п. 1.4), то задача определения надежности будет требовать большого количества расчетов, при этом большинство условий будут иметь малую значимость в сравнении с другими.

Для упрощения расчета надежности необходимо провести обоснованное исключение части условий (ограничений), то есть осуществить их ранжирование. Таким образом, выполнение вероятностных расчетов существенно упрощается.

При оценке надежности динамически нагруженной системы с гасителями колебаний могут применяться следующие критерии безотказности:

Ограничения для гасителя:

- перемещения массы ДГК;
- максимальных усилий (или напряжений) в ДГК (зависит от типа ДГК и его инженерной реализации);

Ограничения для системы:

- по перемещениям характерных точек системы (мест крепления гасителей колебаний, точек с максимальными перемещениями и т.д.);
- усилий в характерных сечениях элементов системы (M , N , Q);
- динамических коэффициентов по различным параметрам системы;
- напряжений по условию усталостной прочности материала.

2.2. Учет нелинейности амплитудно-частотных характеристик в резонансных областях при расчете надежности динамически нагруженных систем

Динамически нагруженные системы с конечным числом степеней свободы масс при установившихся вынужденных колебаниях характеризуются наличием больших градиентов амплитудно-частотных характеристик параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) в зоне собственной (резонансной) частоты, близкой к частоте гармонического воздействия.

Из-за стохастической природы всех расчетных параметров системы и динамической нагрузки возможны случайные отклонения их фактических значений от проектных величин, что может привести к попаданию реализации рабочей частоты нагрузки в область некоторой резонансной частоты системы и, как следствие, – к ухудшению ее динамического состояния. В расчетах надежности таких систем использование практически удобного метода статистической линеаризации (МСЛ) [12] для определения вероятностных свойств параметров, характеризующих динамическое состояние системы в резонансных зонах, может давать большие погрешности ввиду особенностей плотностей их распределения из-за сильной нелинейности АЧХ [22]. Некоторые из этих особенностей отмечались в работах В.В. Болотина [8], Б.Г. Коренева [69] и др. Поэтому для корректного

расчета надежности необходимо использовать уточненные функции плотностей распределения расчетных параметров.

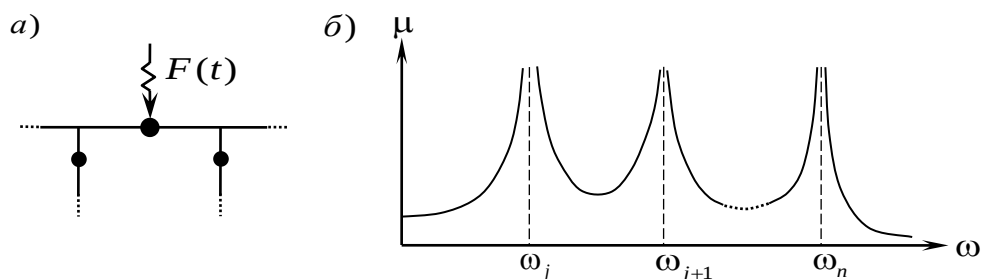


Рисунок 2.1 – Обобщенная схема динамической системы (а) и график АЧХ (б)

В оценках динамического НДС систем с конечным числом степеней свободы масс (рисунок 2.1, а) и для вычисления надежности может быть целесообразным использование коэффициентов динамичности μ (μ_{dyn}) (рисунок 2.1, б). В случае, когда система имеет одну степень свободы (рисунок 2.2, а), выражение для динамического коэффициента (ДК) при установившихся вынужденных колебаниях от гармонической нагрузки без учета демпфирования имеет следующий вид:

$$\mu = \frac{1}{|1 - k_{\omega}^2|}, \quad (2.1)$$

где $k_{\omega} = \omega_F / \omega_0$; ω_F – рабочая частота нагрузки; ω_0 – собственная частота системы.

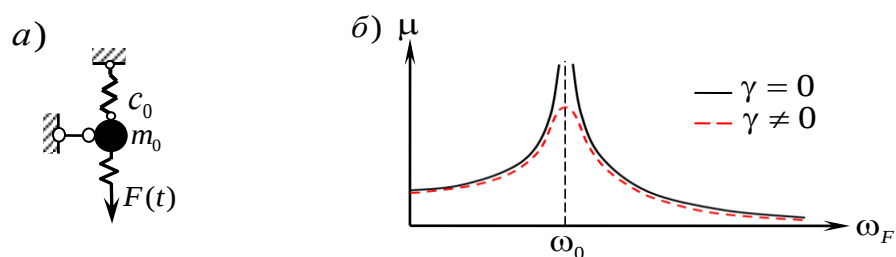


Рисунок 2.2 – Расчетная модель динамической системы (а) и график АЧХ для системы с одной степенью свободы (б)

Отметим, что к модели по рисунку 2.2, а можно привести любую систему с конечным числом степеней свободы масс, используя различные методы и приемы [63, 80, 137, 167], с соответствующим вычислением обобщенных массы m_0 и жесткости c_0 .

С учетом демпфирования выражение для динамического коэффициента принимает вид [91, 137]

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - (\omega_F / \omega_0)^2\right]^2 + \gamma^2 (\omega_F / \omega_0)^2}}$$

или

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{(1 - k_\omega^2)^2 + (\gamma k_\omega)^2}}, \quad (2.2)$$

где γ – коэффициент демпфирования (неупругого сопротивления).

Вероятностные свойства коэффициента k_ω зависят от статистических характеристик случайных частот ω_F и ω_0 (внешнего воздействия и собственных колебаний системы), которые, как и γ , в свою очередь, связаны с обладающими стохастическими свойствами расчетными параметрами динамической системы $x_i (i = 1, \dots, n)$. Следовательно, ДК также является случайной величиной (СВ): $\mu = \mu(x_1, \dots, x_n)$. При определении плотности распределения ДК, как СВ по модели (2.1), μ будет функцией одного случайного аргумента: $\mu = \mu(k_\omega)$, где $k_\omega = k_\omega(x_1, \dots, x_n)$.

Используя известную зависимость (1.1), получаем

$$p_\mu(\mu) = p_{k_\omega}[k_\omega(\mu)] \cdot \left| \frac{dk_\omega(\mu)}{d\mu} \right|. \quad (2.3)$$

Из (2.1) находим

$$k_{\omega 1,2}(\mu) = \sqrt{1 \mp 1/\mu} \quad (2.4)$$

и далее

$$\frac{dk_\omega}{d\mu} = \frac{\pm 1}{2\mu^2 \sqrt{1 \mp 1/\mu}}. \quad (2.5)$$

Формулы (2.4) и (2.5) справедливы при $\mu \geq 1$. Если $\mu < 1$, то имеется единственное решение – с нижними знаками в (2.4) и (2.5). При этом производная в (2.3) будет отрицательной в зарезонансной зоне.

Принято считать, что частоты ω_F и ω_0 как случайные величины характеризуются нормальным распределением (что согласуется с их смыслом), вследствие чего и плотность распределения k_0 может считаться близкой к нормальной. С учетом особенностей распределения Гаусса и возможных отклонений параметров, в дальнейшем используется усеченное по доверительному интервалу распределение k_0 (рисунок 2.3) в следующем виде:

$$p_{k_0}(k_0) = k_r \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \bar{k}_0 \cdot A_{k_0}} \exp \left[-\frac{(k_0/\bar{k}_0 - 1)^2}{2A_{k_0}^2} \right] - a \right\}, \quad (2.6)$$

где $k_r = \frac{1}{1 - 2(w + t_p \cdot \bar{k}_0 \cdot A_{k_0} \cdot a)}$ – коэффициент, учитывающий пренебрежимо малую вероятность реализации значений k_0 за пределами доверительного интервала $k_0^{n,l} = \bar{k}_0 \pm t_p \cdot \hat{k}_0$; t_p – квантиль, соответствующий доверительной вероятности P ; $w = \int_{-\infty}^{k_0^n} p_{k_0}(k_0) dk_0$ – вероятность попадания k_0 в интервал $(-\infty; k_0^n]$; a – значение плотности вероятности, соответствующее границам доверительного интервала ($a > 0$); $A_{k_0} = \sqrt{A_{\omega_F}^2 + A_{\omega_0}^2}$ – коэффициент вариации k_0 .

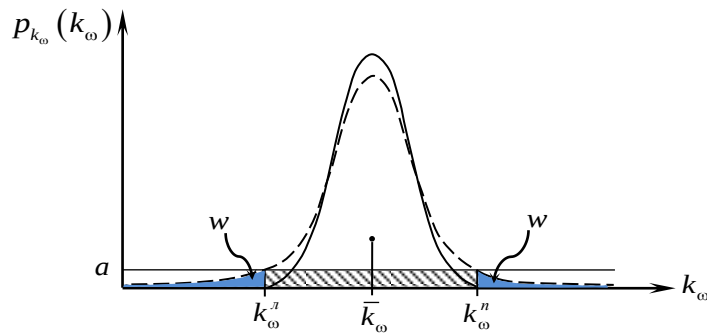


Рисунок 2.3 – Редуцированная плотность распределения $p_{k_0}(k_0)$

Графики $p_\mu(\mu)$, построенные по (2.3) с использованием выражений (2.4) – (2.6) при варьировании математического ожидания (МО) $\bar{k}_0$ и фиксированных значений коэффициентов вариации ($A_{\omega_0} = 0,01$; $A_{\omega_F} = 0,01$), приведены на рисунке 2.4. Кривые $p_\mu(\mu)$ обладают явной асимметрией, и по мере приближения

к резонансной частоте их вид качественно меняется, следовательно, они не могут быть описаны нормальным распределением. Поэтому определение вероятностных характеристик ДК (МО и дисперсии) по МСЛ в традиционном предположении о нормальном характере распределения $p_\mu(\mu)$ может давать погрешности, причем особенно значительные именно в зоне резонанса.

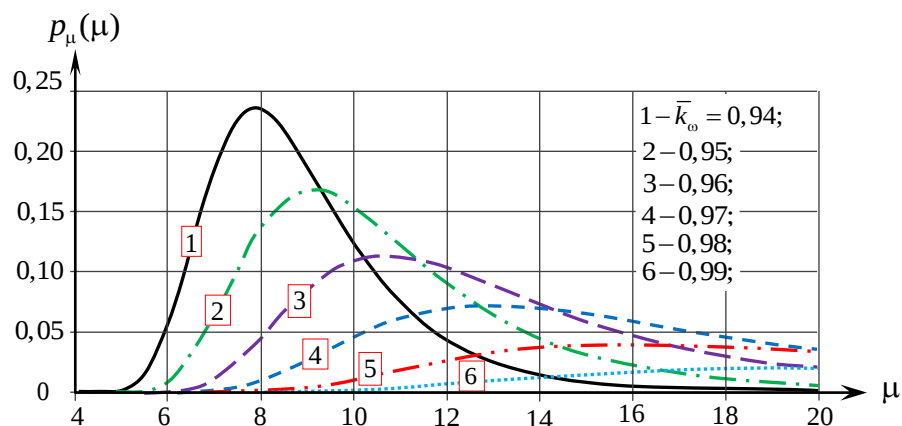


Рисунок 2.4 – Графики плотности распределения динамического коэффициента $p_\mu(\mu)$ без учета демпфирования

Полученные по (2.3) аналитические выражения плотности ДК позволяют находить точные значения основных вероятностных характеристик коэффициента динамичности – МО и дисперсии (либо стандарта) согласно (1.2) и (1.3):

$$\bar{\mu} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu \cdot p_\mu(\mu) d\mu; \quad \hat{\mu} = \int_{-\infty}^{+\infty} (\mu - \bar{\mu})^2 \cdot p_\mu(\mu) d\mu. \quad (2.7)$$

Для их приближенного вычисления используется метод статистической линеаризации или метод статистических испытаний.

По МСЛ:

$$\bar{\mu} = \frac{1}{|1 - \bar{k}_\omega^2|} - \text{из (2.1)}; \quad \hat{\mu} = \sum_{i=1}^n \left(\left. \frac{\partial \mu}{\partial x_i} \right|_{x=\bar{x}} \cdot \hat{x}_i \right)^2, \quad (2.8)$$

где $x_i (i=1, \dots, n)$ – случайные расчетные параметры системы; $\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n$ – их стандарты.

МСИ основан на выполнении многократных (как правило, компьютерных) перерасчетов μ по (2.1) при значениях аргументов, генерируемых датчиками случайных чисел.

На рисунке 2.5 представлены графики изменения вероятностных характеристик ДК (МО и стандарта) в зависимости от $\bar{k}_\omega$, вычисленные по МСЛ и МСИ. Видно, что полученные кривые имеют существенные отличия в области резонансной частоты, причем значения, полученные по МСЛ, значительно меньше.

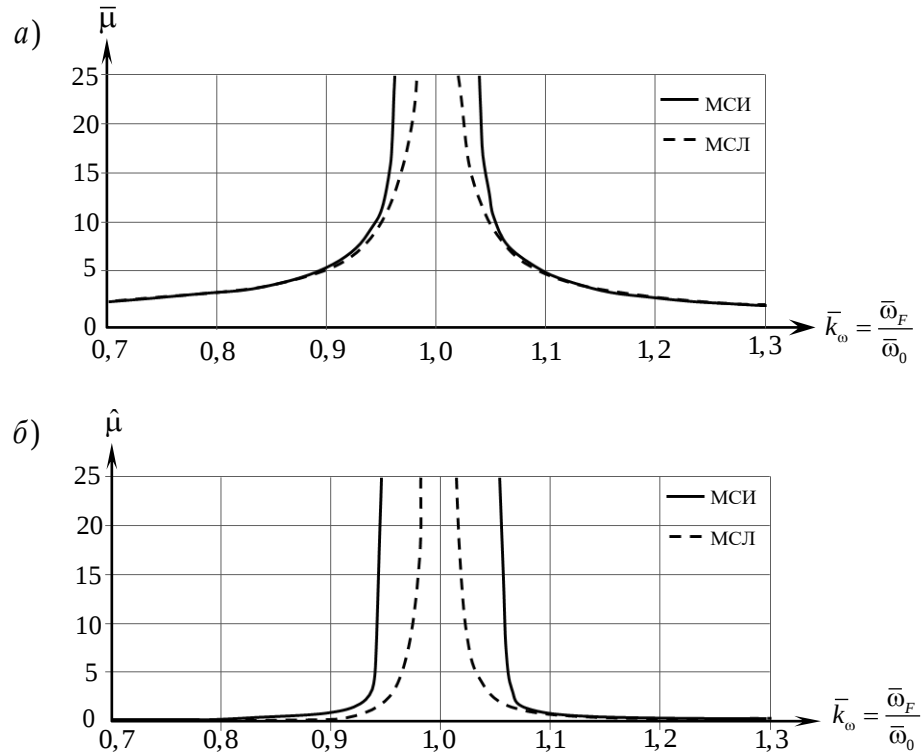


Рисунок 2.5 – Графики вероятностных характеристик динамического коэффициента без учета демпфирования а) математическое ожидание; б) стандарт

При учете демпфирования (выражение ДК – по (2.2)) для определения плотности распределения случайной величины μ используем уравнение (2.3), из которого

$$k_{\omega 1,2} = \sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{2} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4}{\gamma^2} \left(1 - \frac{1}{(\gamma \cdot \mu)^2} \right)} \right]}, \quad (2.9)$$

далее, при условно детерминированном коэффициенте демпфирования γ

$$\frac{dk_\omega}{d\mu} = \frac{\pm 1}{\gamma^2 \mu^3 \sqrt{\left\{ \frac{4}{\gamma^2} \left(\frac{1}{(\gamma \mu)^2} - 1 \right) + 1 \right\} \cdot \left\{ 1 \mp \frac{\gamma^2}{2} \left[\sqrt{\frac{4}{\gamma^2} \left(\frac{1}{(\gamma \mu)^2} - 1 \right) + 1} + 1 \right] \right\}}}. \quad (2.10)$$

Согласно (2.9), при $\mu > 1$ существуют два действительных значения $k_{\omega 1}$ и $k_{\omega 2}$ (рисунок 2.6, а), при этом производная (2.10) положительна на участке $0 < \bar{k}_{\omega} < k_{\omega 0}$ и отрицательна при $\bar{k}_{\omega} > k_{\omega 0}$ ($k_{\omega 0} = 1$ – резонансная частота).

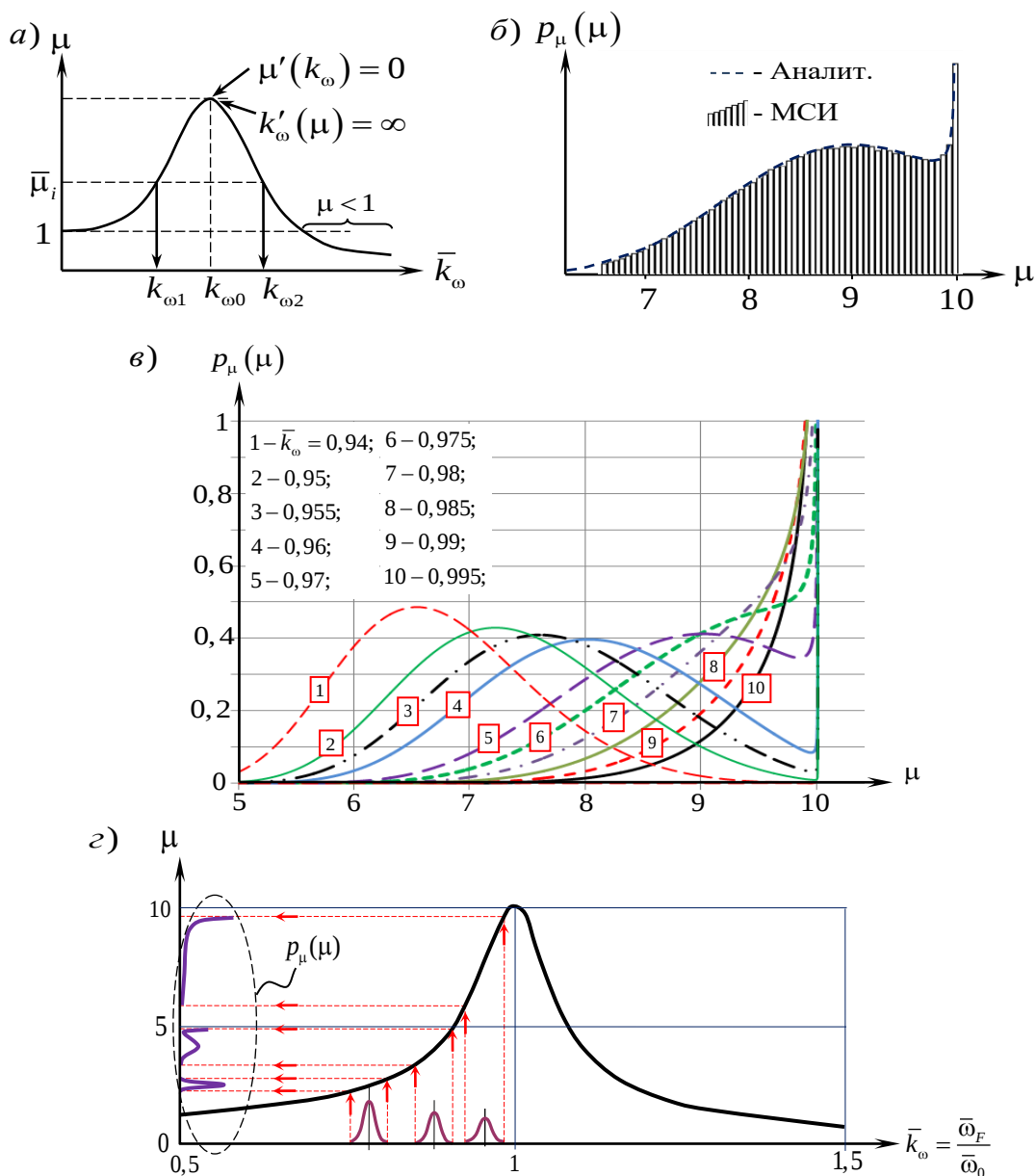


Рисунок 2.6 – Графики плотности распределения $p_{\mu}(\mu)$ с учетом демпфирования в зависимости от $\bar{k}_{\omega}$

На рисунке 2.6, б) приведены графики плотности распределения $p_{\mu}(\mu)$ при разных значениях $\bar{k}_{\omega}$ и заданных $A_{\omega 0} = 0,01$; $A_{\omega F} = 0,01$; $\gamma = 0,1$, вычисленные аналитически и по МСИ – они практически полностью совпадают. Следовательно, результаты, которые дает применение МСИ, можно считать достоверными – это позволяет использовать МСИ в расчетах, где аналитические выражения ДК и

других параметров НДС получить затруднительно или невозможно. На рисунке 2.6, в представлены кривые плотности распределения ДК в зависимости от значений $\bar{k}_\omega$ – они существенно отличны от нормального закона. Кроме того, наблюдается принципиальная разница по сравнению с плотностями распределения ДК без учета демпфирования (рисунок 2.4) – наличие у правого края интервала μ восходящих ветвей [8], градиент которых нарастает по мере приближения $\bar{k}_\omega$ к $k_{\omega 0}$ (резонансной точке [154]). Рисунок 2.6, г показывает трансформации кривых плотности распределения ДК с учетом демпфирования при разных значениях $\bar{k}_\omega$.

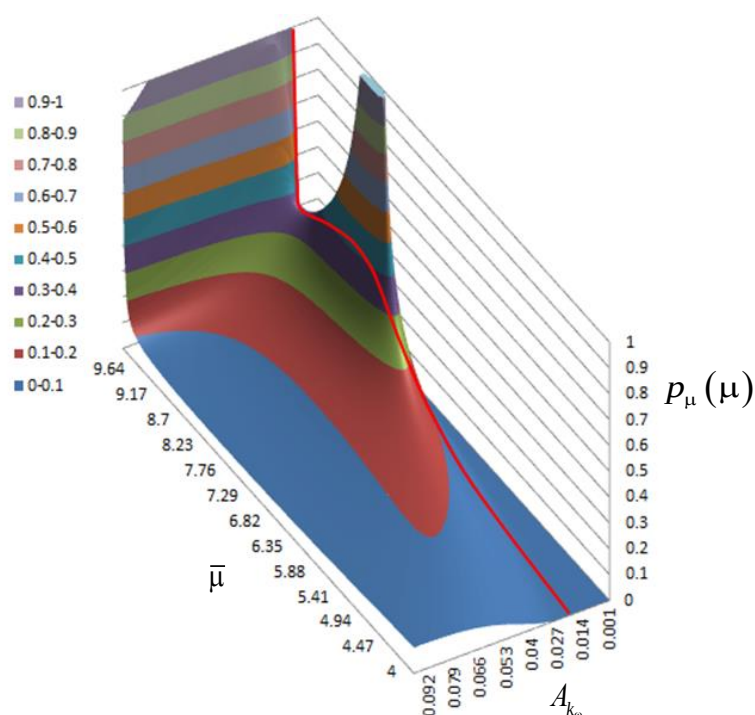


Рисунок 2.7 – Изменение плотности распределения $p_\mu(\mu)$ в зависимости

от коэффициента вариации A_{k_ω} при $\bar{k}_\omega = 0,97$

На рисунке 2.7 показана поверхность плотности распределения $p_\mu(\mu)$ с учетом демпфирования в зависимости от коэффициента вариации A_{k_ω} при $\bar{k}_\omega = 0,97$. Сплошной красной линией показан график плотности распределения $p_\mu(\mu)$ при $A_{k_\omega} = 0,01414$, что соответствует графику №5 на рисунке 2.6, в.

На рисунке 2.8 представлены графики изменения вероятностных характеристик (МО и стандарта) динамического коэффициента в зависимости от $\bar{k}_\omega$ в области сильной нелинейности АЧХ, полученные разными методами расчета.

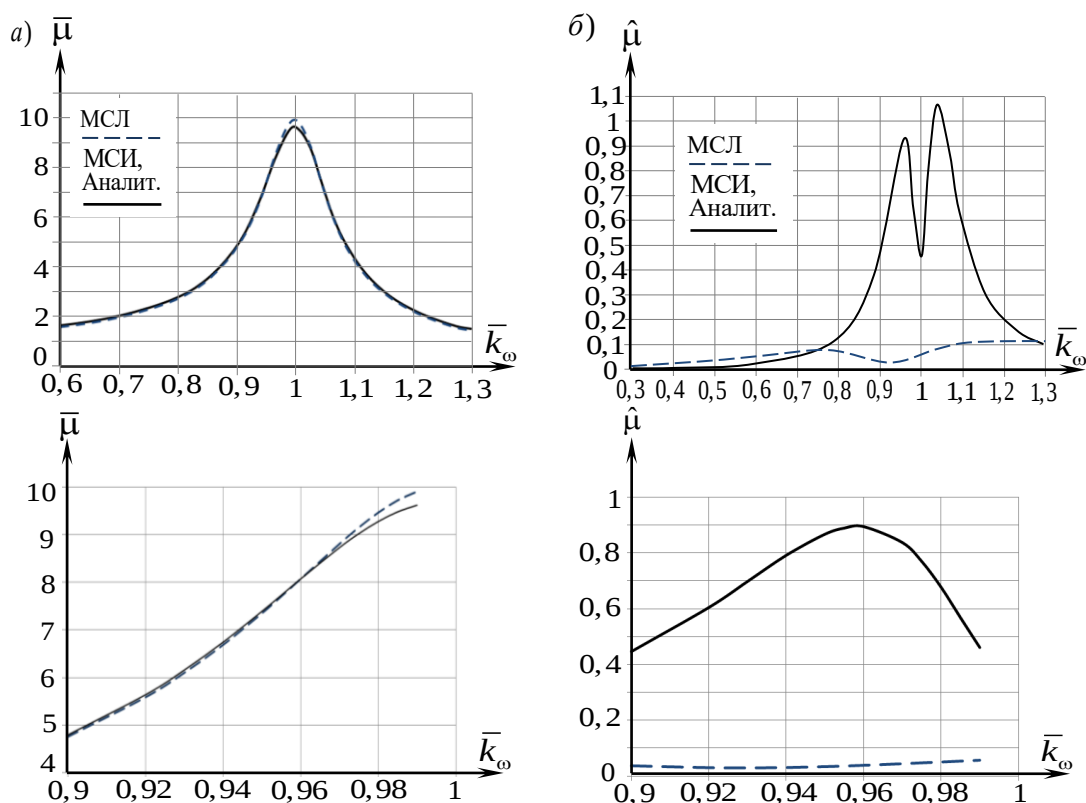


Рисунок 2.8 – Графики вероятностных характеристик динамического коэффициента с учетом демпфирования

а) математическое ожидание; б) стандарт

Графики свидетельствуют о том, что погрешности вычисления МО ДК приближенным МСЛ невелики, самые большие отклонения в области резонансной частоты, так лишь в интервале $\bar{k}_\omega \in [0,99; 1]$ они превышают 3 % (рисунок 2.8, а), в то время как точные и приближенные (по МСЛ) значения стандарта ДК отличаются столь существенно (в разы – см. таблицу 2.1), что это может привести к недопустимым погрешностям при расчете надежности.

Таблица 2.1 – Отклонения значений вероятностных характеристик динамического коэффициента, вычисленных приближенным МСЛ, от точных (аналитических)

$\bar{k}_\omega$	0,9	0,92	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,985	0,99
$\Delta\bar{\mu}$ (%)	-0,78	-0,93	-0,85	-0,57	-0,003	0,90	2,01	2,54	2,98
$\Delta\hat{\sigma}$ (%)	-91,7	-95,0	-96,2	-96,1	-95,7	-94,7	-92,5	-90,6	-87,7

Для количественной оценки влияния описанных выше эффектов нелинейности АЧХ на результат расчета надежности используется алгоритм

решения прямой задачи теории надежности (см. п.1.3). Условие безотказности в общем виде, согласно (1.10), записывается как $\tilde{S} = \tilde{R} - \tilde{Q} > 0$.

В качестве расчетного критерия работоспособности при установившихся вынужденных гармонических колебаниях системы используем требование непревышения динамическим коэффициентом предельно допустимого значения $[\mu]$ (в данном случае $[\mu]$ является детерминированной величиной):

$$\tilde{\mu} < [\mu], \quad (2.11)$$

тогда $\tilde{S} = [\mu] - \tilde{\mu}$.

На рисунке 2.9, б показан принципиальный вид кривой плотности резерва работоспособности, соответствующей распределению $p_\mu(\mu)$ по рисунку 2.9, а.

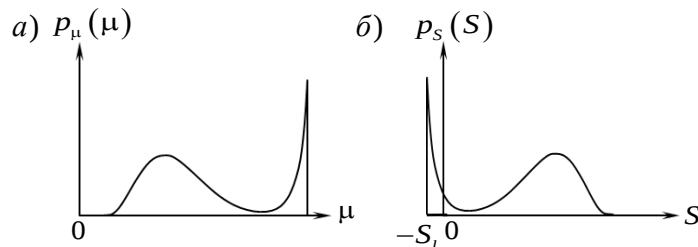


Рисунок 2.9 – Плотности распределения динамического коэффициента (а) и резерва работоспособности (б)

Вероятность отказа по принятому критерию, согласно (1.8), находится как

$$P_f = \int_{-S_l}^0 p_s(s) ds. \quad (2.12)$$

Согласно (2.12) и рисунку 2.9, б, на величину P_f существенно влияет именно «пикообразная» правая часть графика $p_\mu(\mu)$, обусловленная сильной нелинейностью АЧХ.

При $[\mu] = 3$ и указанных выше значениях $A_{\omega 0}$, $A_{\omega F}$, γ вероятности отказа P_f , вычисленные по точным зависимостям и приближенно методом статистической линеаризации, описываются графиками, приведенными на рисунке 2.10. Погрешности определения P_f с использованием данных расчета по МСЛ достигают недопустимо больших значений в рассматриваемой резонансной области.

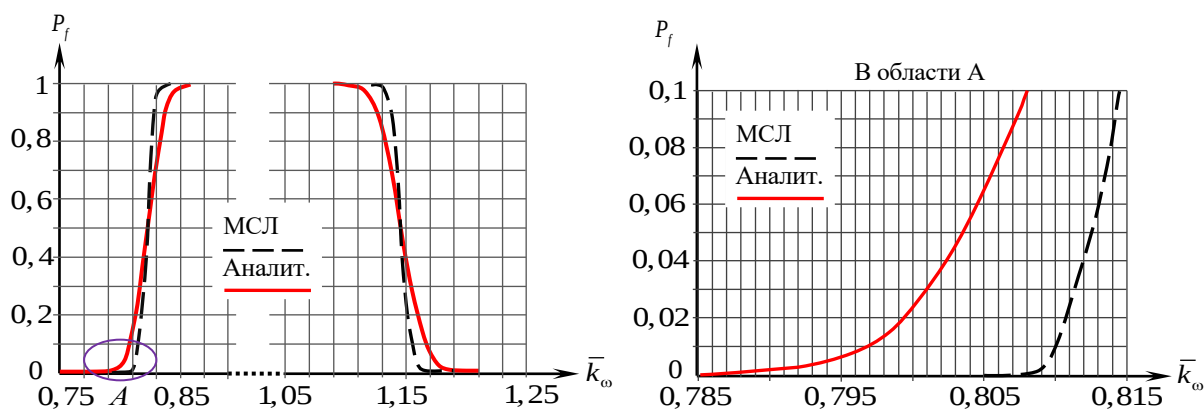


Рисунок 2.10 – График зависимости вероятности отказа P_f от $\bar{k}_\omega$ с учетом демпфирования

Аналогичные уточнения на основе полученных данных могут выполняться и при иных постановках задач расчета надежности, в частности, с требованиями по усталостной прочности материала, динамической жесткости и др.

Полученные результаты расчета позволяют сделать следующие выводы:

1. В результате выявления и исследования особенностей распределения динамического коэффициента для обобщенной модели системы с одной степенью свободы при установившихся гармонических вынужденных колебаниях с учетом демпфирования обнаружены принципиальные качественные и количественные трансформации распределения ДК по мере приближения рабочей частоты вынуждающего воздействия к собственной частоте системы – вследствие влияния сильной нелинейности амплитудно-частотной характеристики.

2. Сравнение значений стохастических характеристик ДК, вычисленных по точным аналитическим выражениям и приближенными методами, показало, что применение общепринятого в вероятностных расчетах метода статистической линеаризации для определения дисперсии или стандарта ДК в резонансной частотной области дает неприемлемые погрешности, поэтому очевидна необходимость использования предложенных уточненных решений. Однако МСЛ может использоваться для качественного приближенного описания вероятности отказа для предварительных расчетов.

3. Анализ графиков вероятности отказа для модельной системы с учетом демпфирования свидетельствует о существенном влиянии нелинейности АЧХ на

показатели надежности гармонически нагруженных систем в рабочих режимах с частотами, приближающимися к резонансным.

4. Учет сильной нелинейности АЧХ в зоне резонанса особенно актуален в расчетах надежности систем с динамическими гасителями колебаний, характеризующихся сгущенным спектром собственных частот в области рабочей частоты вибрационного воздействия.

2.3. Модельные задачи расчетов надежности плоских стержневых гармонически нагруженных систем с одномассовыми гасителями колебаний при различных условиях безотказности

Известно, что при выполнении определенных условий теоретически возможно с помощью ДГК полностью исключить вибрацию системы, но, как это уже отмечалось ранее, практически недостижимо из-за вероятностной природы всех расчетных параметров – собственных характеристик системы и воздействий на нее [129]. Следствием стохастической изменчивости параметров является то, что возрастает риск возникновения резонанса в относительно узком частотном диапазоне, где располагаются рабочая частота, на которую настраивается ДГК, и ближайшая (меньшая чем рабочая) собственная частота системы с гасителем. Вопрос выбора критерия безотказности, по которому будет оцениваться надежность, является актуальным. Необходимость определения наиболее важных составляющих напряженно-деформированного состояния системы объясняется рациональным подходом к определению надежности. Так, определив наиболее опасные сечения конструкции и параметры НДС системы, можно уменьшить трудоемкость расчета надежности. В связи с этим очевидна необходимость оценки надежности конструкции, защищенной ДГК, по различным критериям безотказности [20, 128].

Для получения расчетных зависимостей, описывающих динамическое состояние стохастической конструкции с гасителем колебаний, рассматривается модель в виде деформируемой системы с невесомыми элементами и сосредоточенными массами, имеющими n степеней свободы, загруженной

одионочной сосредоточенной вибpационной нагрузкой, по направлению которой поставлен динамический гаситель колебаний (это дает максимальный эффект гашения). В случае большего числа сосредоточенных сил или иных нагрузок также возможно использование одномассовых ДКГ, с его рациональным расположением для получения максимального эффекта гашения, например, в месте максимальных перемещений либо усилий, напряжений. Подробнее этот вопрос будет рассмотрен в третьей главе данной работы. Фрагмент системы в окрестности места приложения нагрузки показан на рисунке 2.11. Для удобства записи и анализа уравнений перемещению точки защищаемой конструкции по направлению силы $F(t)$ присвоен номер n , а перемещение массы гасителя обозначено как $y_d(t)$. Система может быть любого типа (стержневая, пластинчато-оболочечная, комбинированная, плоская или пространственная); возможен учет инерции поворота неточечных масс; наличие массы m_n необязательно ($m_n \geq 0$). При этом масса гасителя должна перемещаться по направлению полного перемещения точки в месте крепления гасителя, что должно обеспечиваться его конструкцией. Для учета этого фактора на модели используем линейную связь первого типа (рисунок 2.11.), связь с землей является условной. Для эффективной работы гасителя побочных динамических перемещений возникать не должно, что обеспечивается соответствующим конструктивным решением гасителя.

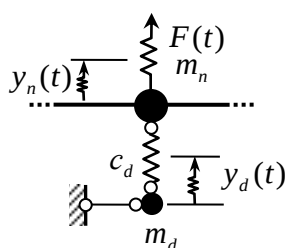


Рисунок 2.11 – Расчетная модель деформируемой системы с динамическим гасителем колебаний

Уравнения движения масс системы получаются из общих уравнений динамики линейно деформируемых систем [123]

$$M \ddot{y}(t) + C \dot{y}(t) + K y(t) + R_F = 0, \quad (2.13)$$

которые в случае установившихся вынужденных колебаний при сосредоточенной гармонической нагрузке $F(t) = F \sin(\omega_F t + \varphi_0)$ в пренебрежении демпфированием дают уравнения в амплитудах перемещений масс:

$$(K - \omega_F^2 \cdot m) \cdot y = F_0, \quad (2.14)$$

где K – матрица жесткости (единичных реакций) системы с гасителем по направлениям перемещений масс, включая массу m_d :

$$K = \underbrace{\begin{bmatrix} r_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{(n+1)(n+1)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ c_d & -c_d \\ 0 & -c_d & c_d \end{bmatrix}}_{(n+1)(n+1)};$$

r_s – матрица жесткости защищаемой конструкции размером $(n \times n)$;

$y = [y_1 y_2 \dots y_n y_d]^T$ – вектор амплитуд перемещений масс;

$m = \text{diag}[m_1 m_2 \dots m_n m_d]$ – матрица масс;

$F_0 = [0 \ 0 \dots 0 \ F \ 0]^T$ – вектор амплитуд вибрационных нагрузок.

Если потребовать равенства нулю перемещений всех масс защищаемой системы ($y_1 = y_2 = \dots = y_n = 0$) то первые $n - 1$ уравнений (2.13) превращаются в тождества $0 \equiv 0$, а последние два принимают вид

$$\begin{cases} -c_d y_d = F, \\ (c_d - m_d \omega_F^2) y_d = 0. \end{cases} \quad (2.15)$$

Из второго уравнения (2.14) при $y_d \neq 0$ получается условие для определения параметров максимально эффективного (оптимального) гасителя (в литературе встречается выражение «идеальный ДГК»)

$$c_d m_d^{-1} = \omega_F^2, \quad (2.16)$$

а из другого уравнения – формула для амплитуды перемещения его массы

$$y_d = -F/c_d = -F/(m_d \omega_F^2), \quad (2.17)$$

свидетельствующая о движении массы гасителя в противофазе нагрузке $F(t)$, следствием чего является неподвижность защищаемой конструкции.

Наряду с приведенным выше вариантом записи основных уравнений динамики в перемещениях возможна также форма уравнений, содержащих инерционные силовые факторы [123] (при гармоническом движении – их амплитуды).

Рассмотрим стержневую балочную систему с двумя степенями свободы. Модель этой системы с установленным ДГК представлена на рисунке 2.12, а, расчетная схема для момента амплитудного отклонения – на рисунке 2.12, б.

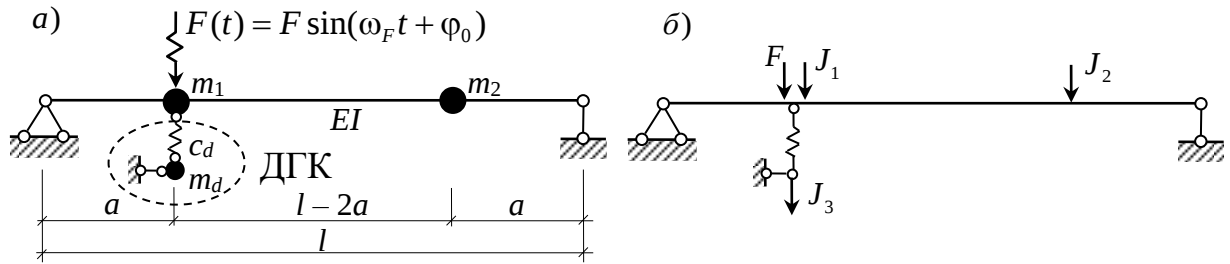


Рисунок 2.12 – Схема балочной системы с динамическим гасителем

Все расчетные параметры системы являются случайными величинами с известными вероятностными свойствами.

Уравнения установившихся вынужденных колебаний системы с ДГК (рисунок 2.12) в амплитудах инерционных сил имеют вид

$$\begin{pmatrix} \delta_{11}^* & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22}^* & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33}^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta_{1F} \\ \Delta_{2F} \\ \Delta_{3F} \end{pmatrix} = 0, \quad (2.18)$$

где $\delta_{11}^* = \delta_{11} - (m_1 \omega_F^2)^{-1}$; $\delta_{22}^* = \delta_{22} - (m_2 \omega_F^2)^{-1}$; $\delta_{33}^* = \delta_{33} - (m_d \omega_F^2)^{-1}$; $\delta_{13} = \delta_{31} = \delta_{11}$; $\delta_{12} = \delta_{21} = \delta_{23} = \delta_{32}$; $\delta_{33} = \delta_{11} + 1/c_d$; δ_{ik} ($i, k = 1, 2, 3$) – элементы матрицы упругой податливости с системы по направлениям инерционных сил; $\Delta_{1F} = \Delta_{3F} = F \cdot \delta_{11}$; $\Delta_{2F} = F \cdot \delta_{21}$.

Максимально эффективный гаситель должен обеспечить неподвижность массы системы в месте приложения нагрузки, т.е. $y_1 = 0$, откуда $J_1 = 0$. В этом случае уравнения (2.17) принимают вид

$$\begin{cases} (\delta_{12}/\delta_{11})J_2 + J_3 + F = 0, \\ (\delta_{22}^*/\delta_{11})J_2 + J_3 + F = 0, \\ (\delta_{12}/\delta_{11})J_2 + \left[1 + (\delta_{11}c_d)^{-1} - (\delta_{11}m_d\omega_F^2)^{-1}\right]J_3 + F = 0. \end{cases} \quad (2.19)$$

Из первых двух уравнений следует, что $J_2 = 0$ следовательно $y_2 = 0$, т.е. обе массы неподвижны, и вся балка остается в покое (не деформируется). Далее $J_3 = -F$, после чего из последнего уравнения (2.18) вытекает условие, идентичное (2.16), обеспечивающее равенство нулю перемещения балки в точке приложения динамической нагрузки, причем (2.16) справедливо для любой системы с любым числом степеней свободы масс [123]. Зависимость (2.16) следует применять к математическим ожиданиям (МО) величин c_d , m_d , ω_F , так как выполнение (2.16) при произвольных реализациях данных параметров может быть технически затруднительным.

Для качественной и количественной оценки динамического состояния системы можно использовать конкретные размерные значения усилий, напряжений, перемещений и т.д., но для проведения сравнительного анализа удобно использовать безразмерные величины, в данном случае – динамические коэффициенты. Условие безотказности по критерию ограничения динамического коэффициента по изгибающему моменту записывается в виде

$$\tilde{\mu}_{dyn} < [\mu_{dyn}]. \quad (2.20)$$

На рисунке 2.13 приведены графики изменения динамического коэффициента по изгибающему моменту в сечении балки в месте приложения нагрузки $F(t)$. Графики показывают изменение АЧХ системы с гасителем в сравнении с незащищенной системой (возникновение новой резонансной частоты вблизи ω_F , а также увеличение двух других собственных частот). График на рисунке 2.13,а получен по (2.18) при $m_d = 0$, ($J_3 = 0$) с сохранением первых двух уравнений. Для незащищенной системы при $k_\omega = 0,8$ – $\bar{\mu}_{dyn} = 2,2141$.

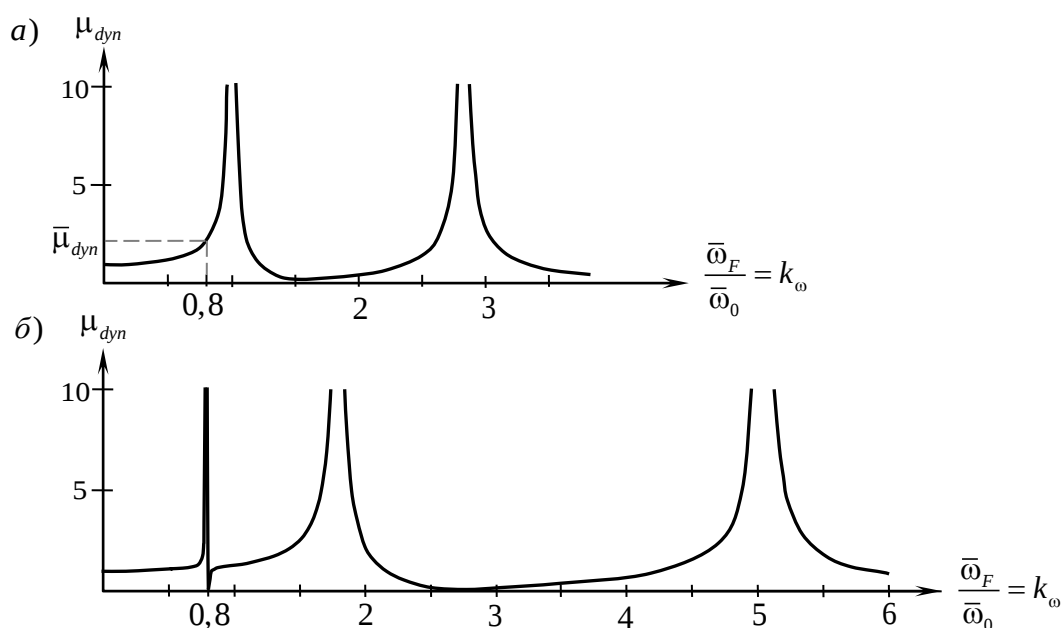


Рисунок 2.13 – Графики изменения МО динамического коэффициента в расчетном сечении балки в месте приложения нагрузки $F(t)$

а) для незащищенной системы; б) для системы с гасителем

В качестве обобщенного нагрузочного фактора $\tilde{Q}$ по (2.20) принят динамический коэффициент ($\tilde{Q} = \tilde{\mu}_{dyn}$ – по результатам вероятностного динамического расчета), а в качестве обобщенной прочности $\tilde{R}$ – значение МО динамического коэффициента незащищенной системы при МО частоты рабочей нагрузки, заданной коэффициентом k_ω ($\tilde{R} = [\mu_{dyn}]$). Такой выбор $\tilde{R}$ сделан для того, чтобы оценить влияние гасителя в статистической системе на надежность в сравнении с незащищенной системой.

Условие безотказности (2.20) согласно (1.10) представим в виде

$$\tilde{S} = [\mu_{dyn}] - \tilde{\mu}_{dyn} > 0. \quad (2.21)$$

Вероятностные характеристики динамического коэффициента $\tilde{\mu}_{dyn}$ – математическое ожидание $\bar{\mu}_{dyn}$ и стандарт $\hat{\mu}_{dyn}$ – вычисляются по известным описаниям расчетных параметров системы и нагрузки; причем $\hat{\mu}_{dyn}$ определяется по методу статистической линеаризации с численным определением частных производных:

$$\tilde{\mu}_{dyn} = \frac{\tilde{M}_{dyn}}{\tilde{M}_{st}}; \quad \bar{\mu}_{dyn} = \frac{\bar{M}_{dyn}}{\bar{M}_{st}}; \quad \hat{\mu}_{dyn} = \hat{Q} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_{\mu}} \left[\left(\frac{\partial \mu_{dyn}}{\partial x_i} \right) \right]_{X=\bar{X}} \cdot \hat{x}_i^2}, \quad (2.22)$$

где $\tilde{X} = \{\tilde{x}_1 \tilde{x}_2 \dots \tilde{x}_{n_{\mu}}\} = \{\tilde{m}_1 \tilde{m}_2 \tilde{m}_d \tilde{E} \tilde{I} \tilde{c}_d \tilde{l} \tilde{a} \tilde{F} \tilde{\omega}_F\}$ – вектор случайных характеристик входных параметров расчетной модели.

Считая, что распределение резерва прочности $p_s(S)$ является нормальным, вероятность отказа P_f можно определить, используя функцию Лапласа и характеристику безопасности (индекс надежности)

$$\beta_s = \frac{\bar{S}}{\hat{S}} = \frac{\bar{R} - \bar{Q}}{\sqrt{\hat{R}^2 + \hat{Q}^2}} = \frac{[\mu_{dyn}] - \bar{\mu}_{dyn}}{\hat{\mu}_{dyn}}. \quad (2.23)$$

Количественные результаты расчета надежности в виде значений вероятности отказа незащищенной (P_f^0) и защищенной (P_f) систем в зависимости от МО коэффициента рабочей частоты нагрузки, представленные в таблице 2.2, графически на рисунке 2.14, получены при следующих вероятностных характеристиках основных расчетных параметров:

- МО – $\bar{a} = 0,25\bar{l}$; $\bar{\omega}_F = 0,8\bar{\omega}_0$; $\bar{m}_1 = \bar{m}_2$; $\bar{m}_d = k_{md} \bar{m}_1$ ($k_{md} = 0,02$); $\bar{c}_d$ – по (2.16);
- коэффициенты вариации – $A_m = 0,06$; $A_{md} = 0,04$; $A_{cd} = 0,02$; $A_{\omega_F} = 0,01$; $A_l = A_a = 0,001$; $A_{EI} = 0,02$.

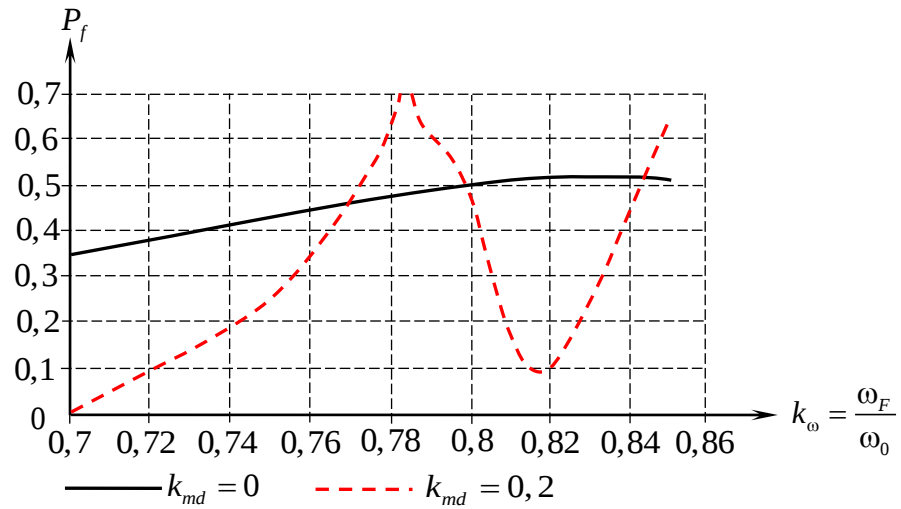


Рисунок 2.14 – График изменения вероятности отказа в зависимости от коэффициента рабочей частоты

Таблица 2.2 – Значения вероятности отказа в зависимости от коэффициента рабочей частоты $\bar{\omega}_F = k_\omega \bar{\omega}_0$.

k_ω	0,7	0,75	0,78	0,79	0,8	0,81	0,82	0,85
P_f^0	0,3609	0,4459	0,4889	0,4915	0,5000	0,5212	0,5137	0,5269
P_f	~ 0	0,2486	0,6122	0,6172	0,4804	0,1820	0,1051	0,6615

Следует отметить, что минимальная вероятность отказа для системы с ДГК (рисунок 2.14) не соответствует частоте, на которую был настроен гаситель. Это объясняется тем, что при постановке ДГК в непосредственной близости с рабочей частотой появляется еще одна резонансная частота – меньшая, чем рабочая, на которую настроен гаситель. Согласно рисунку 2.12, б значение МО динамического коэффициента при рабочей частоте равно нулю, но из-за возможных случайных отклонений параметров системы, нагрузки и гасителя существует риск попадания в зону резонанса, что ухудшает надежность системы. Однако при удалении рабочей частоты от первой резонансной в сторону увеличения гаситель оказывает положительное влияние на надежность, но в достаточно узком диапазоне. Заметим, что задача подбора оптимальных параметров ДГ (массы и жесткости) здесь не ставилась.

Динамический коэффициент позволяет оценить динамическую составляющую напряженно-деформированного состояния конструкции, но его недостаточно для описания полного НДС системы. Кроме того, он не учитывает прочностных свойств материалов конструкции. Поэтому возникает вопрос об оценке надежности системы по более сильному критерию – усталостной прочности материала.

Для записи условия усталостной прочности можно воспользоваться диаграммой предельных амплитуд (рисунок 2.15). Вид модели диаграммы (линейная, билинейная, параболическая, эллиптическая и т.д.) зависит от вида и свойств материала. Для строительных сталей хорошо подходит аппроксимация в виде параболической зависимости В. Герберга (W. Gerber) [23]

$$\sigma_a = \sigma_{-1} \left[1 + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right)^2 \right], \quad (2.24)$$

где σ_a – амплитуда цикла, получаемая из динамического расчета; σ_m – среднее напряжение цикла; σ_{-1} – предел выносливости материала; σ_u – предел прочности материала.

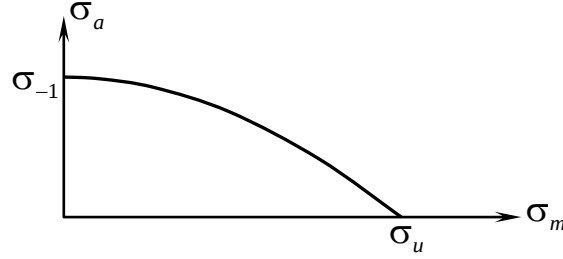


Рисунок 2.15 – Диаграмма предельных амплитуд

Условие безотказности по данному критерию удобно представить в виде

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right)^2 \leq 1, \quad (2.25)$$

тогда в качестве обобщенного нагрузочного фактора можно принять левую часть (2.25), а обобщенной прочности – правую ($R = 1$).

Вероятностные характеристики (МО и стандарты) напряжений – амплитудного $\tilde{\sigma}_a$ и среднего $\tilde{\sigma}_m$, а также нагрузочного фактора $\tilde{Q}$ и обобщенной прочности $\tilde{R}$ рассчитываются по следующим формулам с использованием метода статистической линеаризации [12]:

$$\tilde{\sigma}_a = \frac{\tilde{M}_{dyn}}{\tilde{W}}; \quad \bar{\sigma}_a = \frac{\bar{M}_{dyn}}{\bar{W}}; \quad \hat{\sigma}_a = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_{\sigma a}} \left[\left(\frac{\partial \sigma_a}{\partial x_i} \right) \Big|_{X=\bar{X}} \cdot \hat{x}_i \right]^2}; \quad (2.26)$$

$$\tilde{\sigma}_m = \frac{\tilde{M}_{st}}{\tilde{W}}; \quad \bar{\sigma}_m = \frac{\bar{M}_{st}}{\bar{W}}; \quad \hat{\sigma}_m = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_{\sigma m}} \left[\left(\frac{\partial \sigma_m}{\partial x_i} \right) \Big|_{X=\bar{X}} \cdot \hat{x}_i \right]^2}; \quad (2.27)$$

$$\tilde{Q} = \frac{\tilde{\sigma}_a}{\tilde{\sigma}_{-1}} + \left(\frac{\tilde{\sigma}_m}{\tilde{\sigma}_u} \right)^2; \quad \bar{Q} = \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\sigma}_{-1}} + \left(\frac{\bar{\sigma}_m}{\bar{\sigma}_u} \right)^2; \quad \hat{Q} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_Q} \left[\left(\frac{\partial Q}{\partial x_i} \right) \Big|_{X=\bar{X}} \cdot \hat{x}_i \right]^2}; \quad (2.28)$$

$$\tilde{R} = 1 = \bar{R}; \quad \hat{R} = 0. \quad (2.29)$$

Производные в (2.26) – (2.28) определялись численно. МО динамического момента отыскивалось на основании численного решения системы уравнений динамики.

Характеристика безопасности вычисляется согласно (1.9) и с учетом (2.29) записывается как

$$\beta_s = \frac{\bar{S}}{\hat{S}} = \frac{\bar{R} - \bar{Q}}{\sqrt{\hat{R}^2 + \hat{Q}^2}} = \frac{\bar{R} - \bar{Q}}{\hat{Q}}. \quad (2.30)$$

Количественные результаты расчета вероятности отказа незащищенной и защищенной систем в зависимости от МО коэффициента рабочей частоты нагрузки представлены в таблице 2.3, графически – на рисунке 2.16.

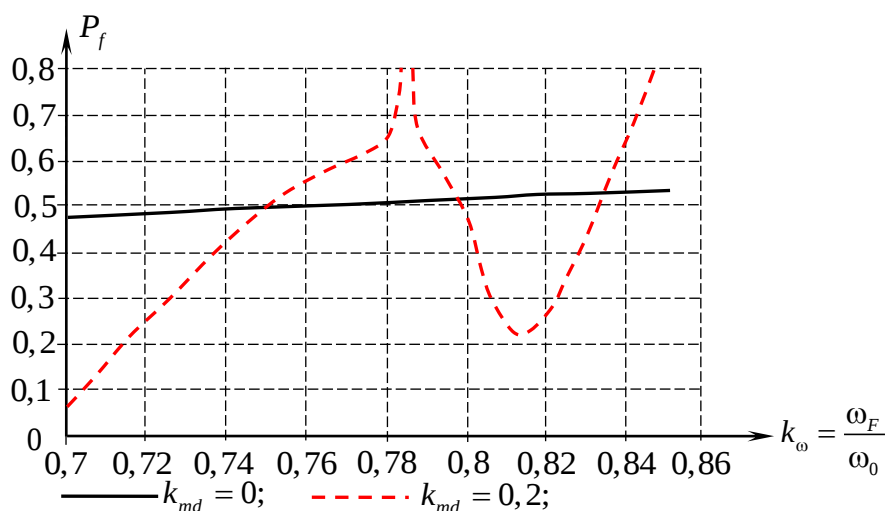


Рисунок 2.16 – График изменения вероятности отказа в зависимости от коэффициента рабочей частоты

Таблица 2.3 – Значения вероятности отказа в зависимости от коэффициента рабочей частоты $\bar{\omega}_F = k_\omega \bar{\omega}_0$.

k_ω	0,7	0,75	0,78	0,79	0,8	0,81	0,82	0,85
P_f^0	0,4792	0,4928	0,5032	0,5069	0,5109	0,5148	0,5188	0,5292
P_f	0,0549	0,5037	0,6387	0,6221	0,4824	0,2448	0,2439	0,8645

Вопрос долговечности по условию усталостной прочности будет рассматриваться в главе 4.

Выполненное исследование и его результаты позволяют сделать следующие выводы:

1. Вероятность отказа незащищенной системы существенно увеличивается при приближении рабочей частоты нагрузки к частоте собственных колебаний, независимо от выбранного критерия безотказности, причем нарастание вероятности отказа происходит значительно быстрее роста МО динамического коэффициента. Графики вероятности отказа по различным критериям имеют качественно сходное очертание.

2. В расчетах надежности систем с ДГК следует использовать условие безотказности по усталостной прочности материала. Более простое ограничение – по динамическому коэффициенту – может применяться для предварительного анализа.

3. Динамический гаситель колебаний, без учета демпфирования в гасителе и конструкции, оказывает положительное влияние на надежность системы в достаточно узком диапазоне частот.

2.4. Определение вероятностных свойств обобщенных параметров динамической системы с ДГК при использовании преобразований основных неизвестных и масс

Подбор параметров ДГК (массы и жесткости) с учетом вероятностных свойств системы и гасителя, удовлетворяющих требуемому уровню надежности по принятым критериям безотказности, как правило, является итерационным процессом, требующим перерасчетов с использованием уравнений динамики.

При этом одним из принципиально важных вопросов является описание вероятностных характеристик системы, определение которых, особенно при использовании метода статистических испытаний, требует многократного решения уравнений движения, что для сложных систем с большим числом степеней свободы, особенно при использовании метода конечных элементов (МКЭ), создает вычислительные проблемы.

Рациональный подход состоит в приведении исходной динамической системы к расчетной модели с меньшим числом степеней свободы и расчетных параметров, различными методами преобразований [63, 80] с учетом выбранных

критериев. Данный подход позволяет значительно упростить процесс подбора параметров гасителя и оценки влияния его вероятностных свойств на надежность системы в целом [179].

Далее термин «исходная система» применяется для обозначения системы (конструкции, сооружения), для улучшения динамического состояния которой применяются гасители колебаний.

Количество масс в расчетной модели зависит от конструктивных особенностей исходной системы, вида и способа приложения нагрузки. В случае сосредоточенной нагрузки удобно приводить исходную систему (рисунок 2.17, а) к расчетной модели с одной степенью свободы (рисунок 2.17, в).

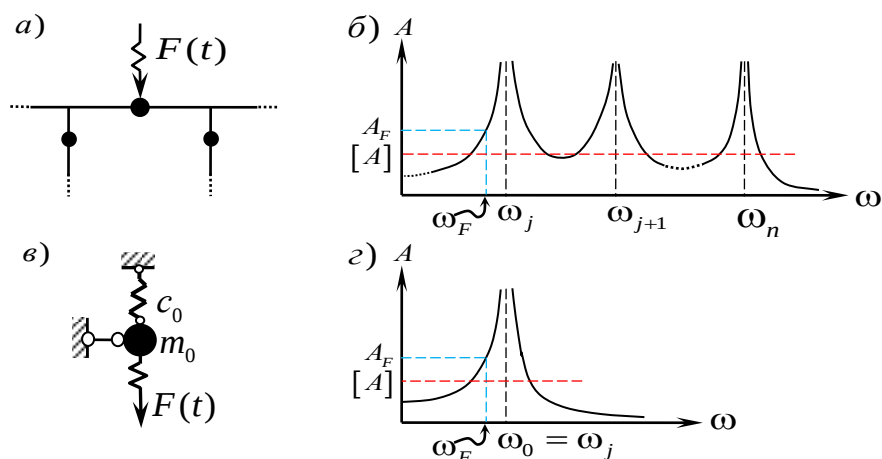


Рисунок 2.17 – Система с n степенями свободы масс (а); АЧХ исходной системы (б); расчетная модель с одной степенью свободы (в) и ее АЧХ (г);

A – амплитуда параметра НДС; ω – частота воздействия

В качестве условий эквивалентности исходной системы и расчетной обобщенной модели используем следующие требования:

- равенство некоторой собственной резонансной частоты ω_j исходной системы (близкой к ω_F) и резонансной частоты обобщенной модели ω_0 :

$$\omega_j = \omega_0; \quad (2.31)$$

- равенство перемещений в точке приложения сосредоточенной вибрационной нагрузки $F(t)$ в исходной системе ($y_{i(F)}$) и массы обобщенной модели (y_0):

$$y_{i(F)} = y_0. \quad (2.32)$$

Для расчетной обобщенной модели (рисунок 2.17, в) собственная резонансная частота согласно (2.16) и перемещение массы находится как

$$\omega_0^2 = c_0 m_0^{-1}; \quad y_0 = \frac{F}{c_0 - m_0 \omega_F^2}, \quad (2.33)$$

а для расчетной модели (рисунок 2.17, а) соответственно:

$$\omega_j^2 = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \delta_{ik} m_k \beta_{yk}}; \quad y_{i(F)} = \frac{F \delta_{ii}}{1 - \omega_F^2 \sum_{k=1}^n \delta_{ik} m_k \beta_{yk(F)}}, \quad (2.34)$$

где c_0 – обобщенная жесткость расчетной модели; m_0 – обобщенная масса расчетной модели; i – номер массы, к которой приложена сосредоточенная нагрузка; $\beta_{yk} = y_k / y_i$ ($k = 1, 2, \dots, n$) – элементы собственного вектора перемещений для частоты ω_j (заметим, что $\beta_{yi} = 1$); $\beta_{yk(F)} = y_{k(F)} / y_{i(F)}$ ($k = 1, 2, \dots, n$) – элементы вектора относительных перемещений при вынужденных колебаниях с частотой ω_F ; δ_{ik} ($k = 1, 2, \dots, n$) – элементы матрицы внешней упругой податливости системы; m_k ($k = 1, 2, \dots, n$) – элементы матрицы масс.

При частоте рабочего воздействия, близкой к резонансной частоте ($\omega_F \rightarrow \omega_j$), элементы вектора относительных перемещений стремятся к значениям собственного вектора перемещений $\beta_{yk(F)} \rightarrow \beta_{yk}$. После соответствующего объединения (2.33) и (2.34) согласно условию (2.31) и после математических преобразований получим

$$m_{0(\omega, y)} = \frac{1}{\delta_{ii}} \sum_{k=1}^n m_k \delta_{ik} \beta_{yk} \cdot \frac{1 - k_\omega^2 \cdot k_\beta}{1 - k_\omega^2}$$

или

$$m_{0(\omega, y)} = m_{0(\omega)} \cdot k_F, \quad (2.35)$$

где $m_{0(\omega, y)}$ – приведенная масса из условия равенства частот и перемещения в точке приложения нагрузки исходной и расчетной модели; $m_{0(\omega)} = \frac{1}{\delta_{ii}} \sum_{k=1}^n m_k \delta_{ik} \beta_{yk}$ –

приведенная масса из условия равенства частот исходной и расчетной моделей

[137]; $k_F = \frac{1 - k_\omega^2 \cdot k_\beta}{1 - k_\omega^2}$ – поправочный коэффициент, учитывающий равенство

перемещений; $k_\beta = \sum_{k=1}^n a_{m_k} \beta_{\delta_k} \beta_{y_k(F)} \cdot \left(\sum_{k=1}^n a_{m_k} \beta_{\delta_k} \beta_{y_k} \right)^{-1}$; $k_\omega = \frac{\omega_F}{\omega_0}$; $a_{m_k} = m_i^{-1} \{m_1 m_2 \dots m_n\}$

– вектор относительных масс; $\beta_{\delta_k} = \frac{1}{\delta_{ii}} \begin{bmatrix} \delta_{11} \dots \delta_{1n} \\ \dots \dots \dots \\ \delta_{n1} \dots \delta_{nn} \end{bmatrix}$ – матрица относительных

единичных перемещений.

Для приведенной жесткости имеем:

$$c_{0(\omega, y)} = \frac{1}{\delta_{ii}} \cdot \frac{1 - k_\omega^2 \cdot k_\beta}{1 - k_\omega^2}$$

или

$$c_{0(\omega, y)} = c_{0(\omega)} \cdot k_F, \quad (2.36)$$

где $c_{0(\omega, y)}$ – приведенная жесткость из условия равенства частот и перемещения в точке приложения нагрузки исходной и расчетной модели; $c_{0(\omega)} = \delta_{ii}^{-1}$ – приведенная жесткость из условия равенства частот исходной и расчетной модели.

Таким образом, использование обобщенной расчетной модели с параметрами массы и жесткости, определенными по (2.35) и (2.36) соответственно, позволяет смоделировать движение точки системы в месте приложения гармонической нагрузки с сохранением значений параметров исходной системы – частоты собственных колебаний и перемещения в месте приложения нагрузки. Особенностью модели является то, что она настраивается под определенную точку системы и на конкретную частоту внешнего воздействия ω_F . Использование предлагаемой модели целесообразно в случае, когда частота, на которую настраивается модель, достаточно удалена от двух соседних собственных частот исходной системы. В противном случае возможно существенное влияние соседних частот на параметры динамического НДС системы, амплитуды которых в рассматриваемых областях могут характеризоваться сильной нелинейностью.

Недостатки предлагаемой модели: невыполнение равенства кинетических энергий исходной системы и расчетной модели; модель работает корректно только при одиночной сосредоточенной нагрузке.

Если для решаемой задачи существенным критерием является равенство кинетических энергий исходной системы и расчетной обобщенной модели, то вместо (2.32), можно использовать условие эквивалентности в форме равенства максимальных кинетических энергий исходной (T) и обобщенной (T_0) моделей:

$$T = T_0. \quad (2.37)$$

Максимальная кинетическая энергия для исходной системы и обобщенной расчетной модели определяются соответственно как

$$T = \sum_{k=1}^n \frac{m_k \dot{y}_k^2}{2} \quad \text{и} \quad T_0 = \frac{m_{0(\omega, T)} \dot{y}_0^2}{2}, \quad (2.38)$$

где $m_{0(\omega, T)}$ – масса обобщенной модели при условии эквивалентности частоты и кинетической энергии; $\dot{y}_0$ – скорость массы обобщенной модели; m_k и $\dot{y}_k$ ($k=1, \dots, n$) – массы и скорости масс исходной системы.

Перемещение для массы обобщенной модели и k -й массы исходной системы определяются как

$$y_0 = \frac{F}{c_{0(\omega, T)} - m_{0(\omega, T)} \omega_F^2}; \quad y_{k(F)} = y_j = \frac{F \delta_{ji}}{1 - \omega_F^2 \sum_{k=1}^n \delta_{jk} m_k \beta_{yk}^{(j)}}. \quad (2.39)$$

Заменяя вторые уравнения в (2.33) и (2.34) на (2.38) и выполнив математические преобразования, получим

$$m_{0(\omega, T)} = \left[\left(\sum_{j=1}^n \frac{m_j \delta_{ji}^2}{\left(\sum_{k=1}^n \delta_{ik} m_k \beta_{yk} - k_{\omega F}^2 \sum_{k=1}^n \delta_{jk} m_k \beta_{yk}^{(j)} \right)^2} \right) \cdot (1 - k_{\omega F}^2)^2 \right]^{-1} \quad (2.40)$$

$$c_{0(\omega, T)} = \left[\left(\sum_{j=1}^n \frac{m_j \delta_{ji}^2}{\left(\sum_{k=1}^n \delta_{ik} m_k \beta_{yk} - k_{\omega F}^2 \sum_{k=1}^n \delta_{jk} m_k \beta_{yk}^{(j)} \right)^2} \right) \cdot \left(\sum_{k=1}^n \delta_{ik} m_k \beta_{yk} \right) (1 - k_{\omega F}^2)^2 \right]^{-1}, \quad (2.41)$$

где j – номер массы системы ($j = 1, \dots, n$); i – номер массы в месте приложения сосредоточенной нагрузки; $\beta_{yk(F)}^{(j)} = y_k / y_j$ – ($k = 1, 2, \dots, n$) – элементы вектора относительных перемещений при вынужденных колебаниях с частотой ω_F , верхний индекс (j) указывает на соотношение вектора; $c_{0(\omega, T)}$ – обобщенная жесткость расчетной модели из условий равенства частоты и кинетической энергии.

Оценим качество предлагаемых вариантов обобщенных моделей. Рассмотрим балку с двумя степенями свободы нагруженную сосредоточенной нагрузкой $F(t)$ (рисунок 2.18).

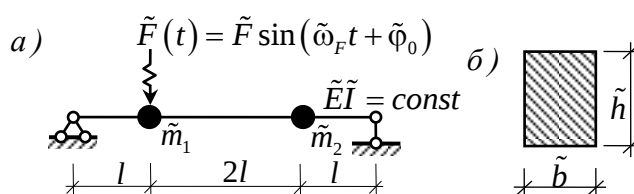


Рисунок 2.18 – Балочная система (а); поперечное сечение (б)

Расчеты выполнены при следующих значениях: $l = 1 \text{ м}$; $m_1 = 1 \text{ т}$; $m_2 = 1 \text{ т}$; $E = 2 \cdot 10^8 \text{ кПа}$; $b = 0,05 \text{ м}$; $h = 0,2 \text{ м}$; $F = 20 \text{ кН}$. Из расчета на собственные колебания системы – $\omega_1 = 70,71 \text{ с}^{-1}$, $\omega_2 = 200 \text{ с}^{-1}$. В случае вынужденных колебаний при $\omega_F = 0,9\omega_1$: $y_1 = 10,8 \text{ мм}$; $y_2 = 10,2 \text{ мм}$.

Результаты вычисления параметров обобщенной модели в диапазоне $k_{\omega_F} \in [0,86; 0,95]$ представлены в табличной форме – по первому набору условий эквивалентности – в таблице 2.4, по второму – в таблице 2.5.

Как видно из таблицы 2.4, каждому значению рабочей частоты соответствуют свои параметры обобщенной модели, при этом требуемые условия равенства частот и перемещений полностью выполняются. Модель корректно работает в области любой собственной частоты системы. Модель, подобранная по второй группе условий эквивалентности (равенства частот и кинетических энергий) также является корректной. Параметры обобщенных массы и жесткости

по второй модели (таблица 2.5) отличаются незначительно от соответствующих значений, полученных по первой (таблица 2.4).

Таблица 2.4 – Результат расчета параметров обобщенной расчетной модели из условий (2.31) и (2.32)

k_{ω_F}	k_β	k_F	$m_{0(\omega,y)}$, (Т)	$c_{0(\omega,y)}$, (кН/М)	$\omega_{0(\omega,y)}$, (с ⁻¹)	$y_1 = y_{0(\omega,y)}$, (мм)
0,86	0,9697	1,086	1,9307	9653,76	70,71	7,95
0,87	0,9716	1,088	1,9351	9675,27		8,50
0,88	0,9735	1,091	1,9394	9697,23		9,14
0,89	0,9755	1,093	1,9439	9719,65		9,90
0,9	0,9775	1,096	1,9485	9742,55		10,80
0,91	0,9795	1,099	1,9532	9765,93		11,91
0,92	0,9816	1,101	1,9579	9789,79		13,30
0,93	0,9837	1,104	1,9628	9814,17		15,08
0,94	0,9859	1,107	1,9678	9839,07		17,46
0,95	0,9881	1,110	1,9728	9864,49		20,80

Таблица 2.5 – Результат расчета параметров обобщенной расчетной модели из условий (2.31) и (2.37)

k_{ω_F}	$m_{0(\omega,T)}$, (Т)	$c_{0(\omega,T)}$, (кН/М)	$\omega_{0(\omega,T)}$, (с ⁻¹)	$T = T_0$, (кДж)	$y_{0(\omega,T)}$, (мм)	y_1 , (мм)	погр. по y , %
0,86	1,9974	9987,15	70,71	0,2953	7,69	7,95	3,33
0,87	1,997	9988,75		0,3388	8,23	8,50	3,13
0,88	1,9980	9990,26		0,3933	8,87	9,14	2,93
0,89	1,9983	9991,69		0,4631	9,63	9,90	2,72
0,9	1,9986	9993,02		0,5544	10,53	10,80	2,50
0,91	1,9988	9994,23		0,6772	11,64	11,91	2,28
0,92	1,9990	9995,39		0,8481	13,03	13,30	2,05
0,93	1,9992	9996,42		1,0961	14,81	15,08	1,82
0,94	1,9994	9997,33		1,4765	17,18	17,46	1,58
0,95	1,9996	9998,11		2,1042	20,52	20,80	1,33

Отметим, что перемещения по второй модели незначительно отличаются от перемещений первой массы исходной системы, и, по мере приближения частоты внешнего воздействия к собственной частоте системы погрешность уменьшается. Следовательно, и погрешность первой модели в отношении кинетической энергии тоже будет незначительной. В работе [132] при переходе от исходной системы к обобщенной модели с одной степенью свободы также используются условия эквивалентности по равенству собственных частот, перемещений и кинетических

энергий, но выражения получены для систем с распределенными массами, в интегральной форме. Полученные результаты согласуются с выводами, сделанными в работе [132].

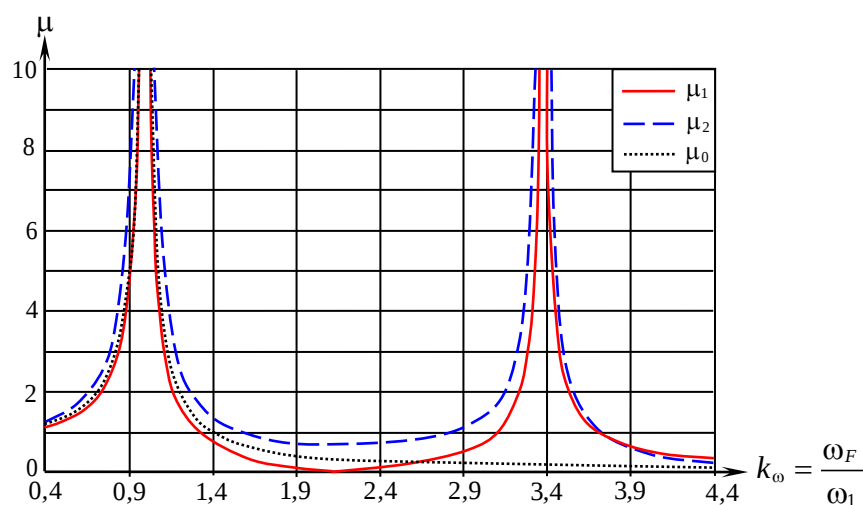


Рисунок 2.19 – Графики зависимости динамических коэффициентов по перемещениям от коэффициента частоты нагрузки для масс исходной системы (μ_1, μ_2) и для расчетной модели $\mu_0 = y_0 / y_{1,st}$

Далее рассматриваем только первую модель. На рисунке 2.19 показаны графики динамических коэффициентов по перемещениям масс исходной системы (рисунок 2.18, а) и обобщенной модели (рисунок 2.17, в) при $\omega_F = 0,9\omega_1$, параметры модели – см. таблицу 2.4.

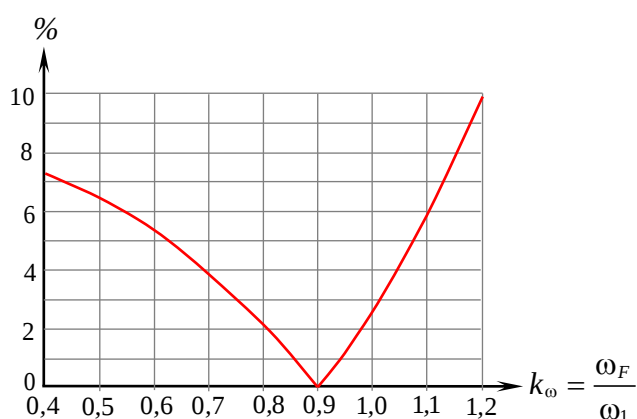


Рисунок 2.20 – Разница значений динамического коэффициента по перемещению точки в месте приложения нагрузки для обобщенной модели (μ_0) и исходной системы (μ_1), в зависимости от частоты

Кривые μ_1 и μ_0 в области первой резонансной частоты практически совпадают, разница (в %) значений μ_1 и μ_0 , при изменении рабочей частоты показана на рисунке 2.20. Таким образом, предлагаемая модель достаточно хорошо описывает перемещение точки исходной системы вблизи области рабочей частоты.

Отметим, что обобщенные масса и жесткость расчетной модели являются функциями, зависящими от случайных аргументов, вероятностные свойства которых известны. Тогда выражения (2.35) и (2.36) записываются в виде

$$\tilde{m}_{0(\omega,y)} = \tilde{m}_{0(\omega)} \cdot \tilde{k}_F; \quad \tilde{c}_{0(\omega,y)} = \tilde{c}_{0(\omega)} \cdot \tilde{k}_F, \quad (2.42)$$

где $\tilde{m}_{0(\omega)} = \frac{1}{\tilde{\delta}_{ii}} \sum_{k=1}^n \tilde{m}_k \tilde{\delta}_{ik} \beta_{yk}$; $\tilde{c}_{0(\omega)} = \frac{1}{\tilde{\delta}_{ii}}$; $\tilde{k}_F = \frac{1 - \tilde{k}_\omega^2 \cdot k_\beta}{1 - \tilde{k}_\omega^2}$; $\tilde{k}_\omega = \tilde{\omega}_F / \tilde{\omega}_0$.

Для определения вероятностных характеристик обобщенной модели, можно использовать метод статистической линеаризации ввиду небольшого изменения их производных в рассматриваемой области. Элементы собственного вектора перемещений β_{yk} , относительного вектора перемещений при вынужденных колебаниях $\beta_{yk(F)}$, а также коэффициент k_β считаются детерминированными.

После подбора параметров и определения стохастических свойств обобщенной расчетной модели с одной степенью свободы, в дальнейших расчетах она используется вместо исходной системы. В случае применения одномассового ДГК (рисунок 2.21, а) получается система с двумя степенями свободы, что существенно упрощает вероятностные расчеты.

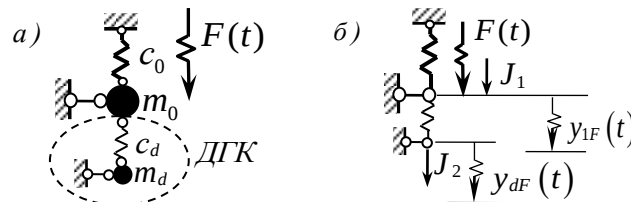


Рисунок 2.21 – Обобщенная модель с одномассовым ДГК (а)
и ее расчетная схема (б)

В случае пренебрежения диссипацией энергии в системе и демпфированием в гасителе, для полного устранения динамического перемещения точки приложения нагрузки $y_{1F}(t)$ (рисунок 2.21, б) при условии постановки гасителя по

направлению действия динамической нагрузки, МО параметров ГК следует определять по формуле (2.16). Вероятностные характеристики параметров ГК зависят от его конструкции, технологии изготовления и свойств материалов.

Система уравнений вынужденных колебаний в амплитудах инерционных сил для системы с ДГК (рисунок 2.21, а):

$$\begin{pmatrix} \tilde{\delta}_{11}^* & \tilde{\delta}_{12} \\ \tilde{\delta}_{21} & \tilde{\delta}_{22}^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{J}_1 \\ \tilde{J}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{\Delta}_{1F} \\ \tilde{\Delta}_{2F} \end{pmatrix} = 0, \quad (2.43)$$

где $\tilde{\delta}_{11}^* = \tilde{\delta}_{11} - (\tilde{m}_1 \tilde{\omega}_F^2)^{-1}$; $\tilde{\delta}_{22}^* = \tilde{\delta}_{22} - (\tilde{m}_2 \tilde{\omega}_F^2)^{-1}$; $\tilde{\delta}_{11} = \tilde{\delta}_{12} = \tilde{\delta}_{21} = \tilde{c}_0^{-1}$; $\tilde{\delta}_{22} = \tilde{c}_0^{-1} + \tilde{c}_d^{-1}$; $\tilde{\Delta}_{1F} = \tilde{\Delta}_{2F} = \tilde{\delta}_{11} \tilde{F} = \tilde{F} \tilde{c}_0^{-1}$.

Амплитудные значения перемещений масс системы и гасителя определяются как

$$\begin{cases} \tilde{y}_{1F} = \tilde{\delta}_{11} \tilde{F} + \tilde{\delta}_{11} \tilde{J}_1 + \tilde{\delta}_{12} \tilde{J}_2, \\ \tilde{y}_{2F} = \tilde{y}_{dF} = \tilde{\delta}_{21} \tilde{F} + \tilde{\delta}_{21} \tilde{J}_1 + \tilde{\delta}_{22} \tilde{J}_2. \end{cases} \quad (2.44)$$

Для оценки надежности используется та же методика, что и в п. 2.3. В качестве критериев безотказности для данной системы с гасителем можно использовать ограничения, изложенные в п. 2.2, например, ограничение перемещения массы системы и массы гасителя.

Если уровень вероятности отказа системы или отдельных ее элементов достигает недопустимых значений, то параметры гасителя корректируются, а расчет повторяется.

Реализовать описанный способ расчета можно по алгоритму, представленному на рисунке 2.22. Преимущество предлагаемого подхода определения надежности для системы с динамическим гасителем колебаний, в сравнении со стандартным, когда рассчитывается непосредственно исходная система, состоит в сокращении размера решаемой задачи при многократных перерасчетах. Например, для многоэлементной системы при использовании метода статистических испытаний для получения качественных результатов определения вероятностных характеристик параметров системы число перерасчетов, как правило, должно быть $>10^4$. Если применять МКЭ с использованием лишь простых

одномерных КЭ, то даже один расчет может занять много времени. Тогда при решении вероятностных задач на основе МСИ могут возникнуть вычислительные проблемы; подробнее это вопрос будет рассмотрен в четвертой главе.

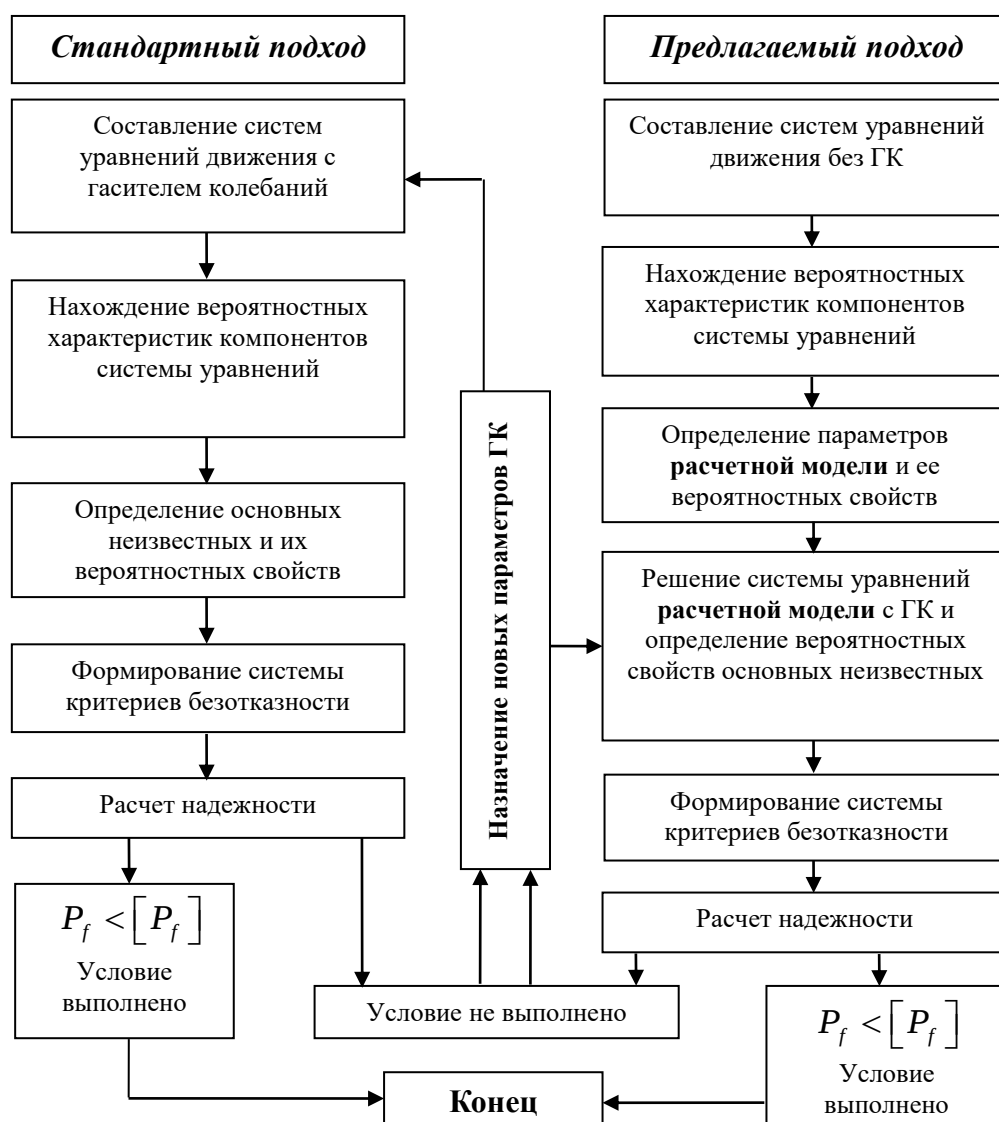


Рисунок 2.22 – Стандартный и предлагаемый алгоритмы расчета

Используем оба варианта алгоритмов, показанных на рисунке 2.22, для решения задачи определения надежности системы, расчетная схема которой (без ДГК) изображена на рисунке 2.18. Все параметры являются случайными величинами с известными вероятностными свойствами, кроме длины l , которая считается детерминированной ввиду малой стохастической изменчивости и незначительного влияния на вероятность отказа. Примем следующие значения расчетных, в том числе вероятностных, характеристик: $l = 1\text{ м}$; $\bar{m}_1 = 1\text{ т}$; $A_{m_1} = 0,05$;

$\bar{m}_2 = 1 \text{ т}$; $A_{m_2} = 0,06$; $\bar{E} = 2 \cdot 10^8 \text{ кПа}$; $A_E = 0,05$; $\bar{b} = 0,05 \text{ м}$; $A_b = 0,02$; $\bar{h} = 0,2 \text{ м}$;
 $A_h = 0,03$; $\bar{F} = 20 \text{ кН}$; $A_F = 0,02$; $\bar{\omega}_F = 0,9 \bar{\omega}_1$; $A_{\omega_F} = 0,05$.

Применив МСЛ, получим следующие МО и стандарты массы, жесткости и собственной частоты для обобщенной расчетной модели: $\bar{m}_{0(\omega,y)} = 1,94851 \text{ т}$;
 $\hat{m}_{0(\omega,y)} = 0,07765 \text{ т}$; $\bar{c}_{0(\omega,y)} = 9742,55 \text{ кН/м}$; $\hat{c}_{0(\omega,y)} = 505,58 \text{ кН/м}$; $\bar{\omega}_0 = 70,71068 \text{ с}^{-1}$;
 $\hat{\omega}_0 = 2,31329 \text{ с}^{-1}$. Отметим, что для исходной модели (рисунок 2.18, а) стандарт первой собственной частоты $\hat{\omega}_1 = 2,59251 \text{ с}^{-1}$, таким образом погрешность по стандарту составляет 10,77%.

Примем следующие параметры гасителя: $\bar{m}_d = 0,25 \text{ т}$; $A_{m_d} = 0,01$;
 $\bar{c}_d = 1012,5 \text{ кН/м}$; $A_{c_d} = 0,02$. Схема обобщенной расчетной модели с гасителем соответствует рисунку 2.21, а исходная система с гасителем показана на рисунке 2.23.

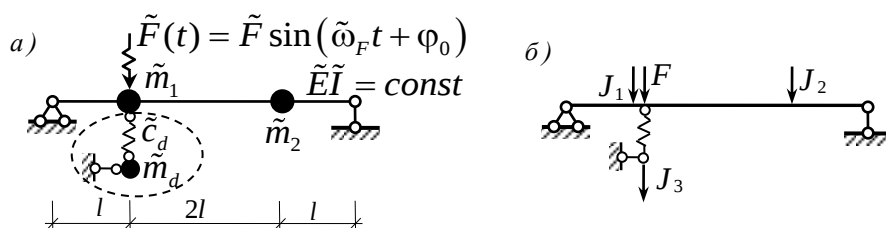


Рисунок 2.23 – Двухмассовая балочная система, защищенная
одномассовым ДГК (а) и ее расчетная схема (б)

Собственные частоты для обобщенной модели с гасителем, при вышеуказанных параметрах: $\omega_{01} = 56,20 \text{ с}^{-1}$; $\omega_{02} = 80,07 \text{ с}^{-1}$, а для исходной двухмассовой системы с гасителем: $\omega_1^{syst} = 56,10 \text{ с}^{-1}$; $\omega_2^{syst} = 79,65 \text{ с}^{-1}$;
 $\omega_3^{syst} = 201,42 \text{ с}^{-1}$. Видно, что первая и вторая собственные частоты для обобщенной модели и системы с гасителем различаются незначительно. Графики перемещений массы обобщенной модели (m_0) с гасителем и массы (m_1) системы с гасителем представлены на рисунке 2.24, а, а перемещения массы гасителя – на рисунке 2.24, б. Кривые перемещений в рассматриваемом диапазоне частот достаточно близки, а в области рабочей частоты практически совпадают.

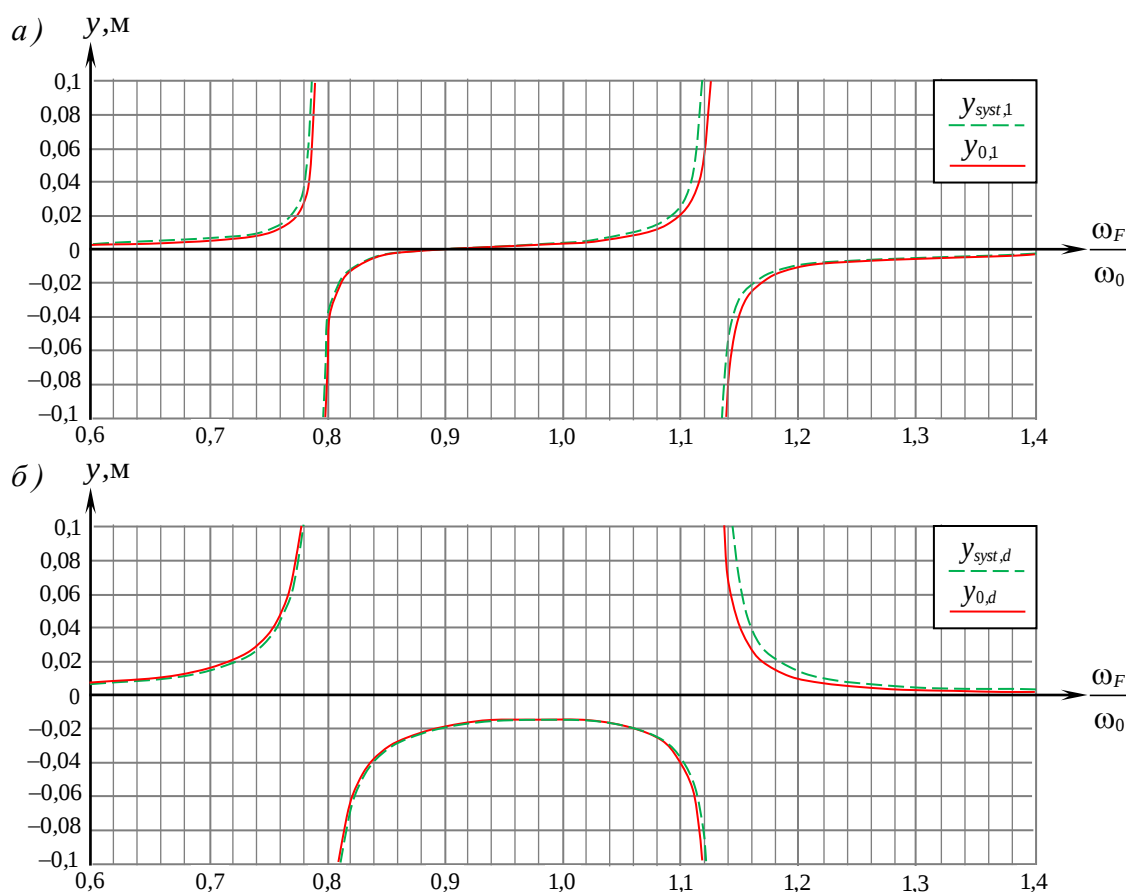


Рисунок 2.24 – График зависимости перемещений от рабочей частоты

(а) – точки приложения нагрузки; (б) – массы гасителя

В качестве условий безотказности примем ограничения перемещений массы системы m_1 (в точке приложения нагрузки) и массы гасителя: $[y_1] = 0,0045$ м; $[y_d] = 0,045$ м.

На рисунке 2.25, а представлены графики зависимости вероятности отказа от рабочей частоты по поставленным ограничениям для обобщенной модели с гасителем, на рисунке 2.25, б – для исходной системы с гасителем.

Соответствующие кривые на рисунке 2.25 имеют принципиально схожее очертание. Вероятности отказа для обобщенной модели больше чем для системы, это связано с погрешностями в определении вероятностных характеристик обобщенной модели из-за ее упрощения. Но, несмотря на это, при частоте настройки обобщенной модели и гасителя ($\bar{\omega}_F = 0,9\bar{\omega}_1$) вероятности отказа практически совпадают.

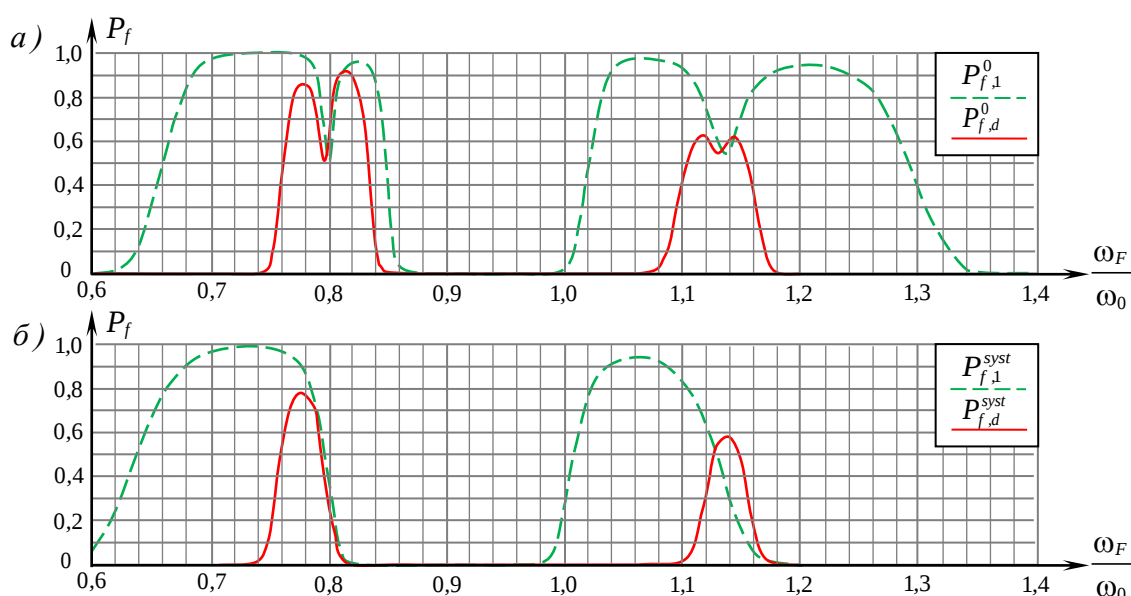


Рисунок 2.25 – График зависимости вероятности отказа от рабочей частоты
(а) – для обобщенной модели с гасителем; (б) – для исходной системы с гасителем

Сравнение результатов расчета надежности (вероятности отказа) по стандартному и предлагаемому подходам позволяет сделать следующие выводы.

1. Предлагаемые обобщенные модели с заданными условиями эквивалентности в детерминированной постановке достаточно хорошо описывают изменение параметров динамического НДС исходной системы в области настройки модели.

2. Графики вероятности отказа для обобщенной модели с гасителем и исходной системы с гасителем принципиально схожи. Предлагаемый подход можно использовать для предварительной оценки надежности и подбора параметров гасителя с учетом надежности.

3. Качественные и количественные результаты динамических расчетов, подобранной расчетной модели с ДГК, при вынужденных гармонических и собственных колебаниях хорошо согласуются с теорией гашения колебаний.

2.5. Влияние учета демпфирования на надежность

Демпфирование оказывает большое влияние на динамическое поведение конструкции. Его учет приводит к снижению уровня амплитуд перемещений, напряжений в системе при вынужденных колебаниях, особенно в зоне резонанса. Существуют различные модели демпфирования: линейная, нелинейная, гистерезисное трение, частотно-независимое и т.д. [24, 84, 91]. Выбор модели зависит от типа решаемой задачи.

В данной работе при решении динамической задачи не учитывалось необратимое рассеяние энергии в системе, состоящей из защищаемой конструкции и гасителя колебаний. При этом собственные диссипативные свойства конструкции при характерных для строительных объектов показателях внутреннего трения и взаимодействия с воздушной средой мало сказываются на собственных частотах, во всяком случае, низших в спектре. Это отмечается, в частности, в [69]. Но введение в гаситель демпфирующего элемента, в том числе с вязким сопротивлением, дает возможность существенно уменьшить колебания системы. Наиболее часто используют модель демпфирования Е.С. Сорокина – частотно-независимое трение [136, 157]. Выбор модели зависит от конструкции и свойств гасителя. Максимальные значения амплитудно-частотных характеристик зависят от величины коэффициента вязкого трения, поэтому значения динамических коэффициентов, напряжений и других параметров, характеризующих НДС системы в областях резонансных частот, будут меньше, чем без учета демпфирования. Однако при наличии демпфирования становится невозможным полное гашение колебаний: МО амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) при рабочей частоте, на которую настроен гаситель, будет отлично от нуля; но следует отметить, что численные значения МО АЧХ по всему спектру частот будут меньше, чем в случае неучета демпфирования. Это приводит к увеличению эффективности гасителя в большем диапазоне частот. Следовательно, демпфирование оказывает положительное влияние на надежность, как в качественном (расширение допустимых по надежности интервалов рабочих частот), так и в количественном (значительное уменьшение вероятностей отказа) отношениях.

В дальнейшем планируется на основании методик и алгоритмов, представленных выше в решениях, выполненных без учета демпфирования, выполнить исследования надежности и долговечности различных деформируемых систем с учетом общей диссипации энергии.

2.6. Выводы по главе 2

1. В результате исследования выявлено, что нелинейность амплитудно-частотных характеристик сильно влияет на показатели надежности гармонически нагруженных систем в рабочих режимах с частотами, приближающимися к резонансным.

Обнаружены принципиальные качественные и количественные трансформации кривых плотности распределения вероятностей ДК (с учетом и без учета демпфирования) по мере приближения рабочей частоты вынуждающего воздействия к собственной частоте системы.

В резонансных зонах, где АЧХ характеризуется большими градиентами (сильная нелинейность), метод статистической линеаризации дает погрешности в определении стандартов выходных параметров в сравнении с точным решением, а метод статистических испытаний обеспечивает достаточно высокую точность расчетов. Однако МСЛ может использоваться для качественного приближенного описания вероятности отказа в предварительных расчетах.

2. Сформулированы основные критерии безотказности для гармонически нагруженных систем с динамическими гасителями колебаний.

Продемонстрировано положительное влияние ДГК на динамическое НДС системы и надежность в целом. Проведено сравнение результатов расчета надежности по различным критериям безотказности для модельной задачи. Показано, что графики вероятности отказа по различным условиям работоспособности имеют качественно сходное очертание.

В расчетах надежности систем с ДГК следует использовать условие безотказности по усталостной прочности материала. Более простое ограничение –

по динамическому коэффициенту – может применяться для предварительного анализа.

3. Предложена методика приведения гармонически нагруженной системы с конечным числом степеней свободы к обобщенной модели с учетом различных условий эквивалентности:

- равенство собственных частот обобщенной модели и некоторой частоты исходной системы;
- равенство перемещений массы обобщенной модели и точки в месте приложения сосредоточенной гармонической нагрузки;
- равенство максимальных кинетических энергий обобщенной модели и исходной системы.

Модели, полученные по предлагаемой методике в детерминированной постановке, хорошо описывают изменения расчетных параметров системы в области настройки модели при варьировании рабочей частоты нагрузки.

На основании методики подбора параметров обобщенной модели предложен алгоритм для определения параметров гасителя с учетом надежности системы, позволяющий упростить процесс расчета надежности для многоэлементных систем с ДГК. Графики вероятности отказа для обобщенной модели с гасителем и исходной системы с гасителем принципиально схожи. Предлагаемый подход можно использовать для предварительной оценки надежности и подбора параметров гасителя с учетом надежности.

Глава 3. Регулирование динамического напряженно-деформированного состояния и надежности систем с динамическими гасителями колебаний

Одним из наиболее опасных видов воздействий на строительные системы (сооружения, конструкции) является динамическое нагружение, которое может вызывать их недопустимые колебания. Эффективным способом борьбы с вибрациями являются динамические гасители колебаний. В случае, когда динамическое воздействие является сосредоточенным, при постановке ДГК в месте приложения нагрузки и по ее направлению возможно полное гашение колебаний в системе (идеальный ДГК). Если же источников вибрации несколько, то постановки одного одномассового ДГК может быть недостаточно для того, чтобы существенно снизить уровень перемещений в системе. При постановке нескольких гасителей становится возможным значительное улучшение динамического НДС системы [130, 131, 180]. Гаситель колебаний, по своей сути, является очень сильным средством регулирования динамического НДС системы. При этом возникает задача подбора характеристик каждого гасителя колебаний с учетом свойств системы, нагрузки и других ДГК, желательно оптимального. Возможным становится улучшение работы системы в области резонанса, где имеют место большие градиенты амплитудно-частотной характеристики (АЧХ). Ввиду стохастической природы всех расчетных параметров, необходимой становится оценка надежности систем, защищенных комплексом ДГК.

Целью следующего этапа работы является разработка метода расчета регулирования динамического состояния линейно деформируемых систем, защищаемых конечным числом гасителей колебаний (регуляторов), с учетом предъявляемых к системе требований по характерным параметрам НДС; расчет надежности систем с комплексом ДГК; верификация предлагаемого метода.

3.1. Гашение колебаний посредством динамических гасителей как задача регулирования динамического напряженно-деформированного состояния гармонически нагруженных систем

Согласно [123], возможны различные формы записи уравнений движения линейно деформируемой системы с конечным числом степеней свободы, в одном случае в качестве неизвестных величин являются силы инерции, а во втором – перемещения. При использовании матрицы динамической податливости, в общем случае, матричные формы записи соответственно имеют вид

$$\delta \cdot \ddot{J}(t) + \delta \cdot k_f \cdot \bar{m}^{-1} \dot{J}(t) + \bar{m}^{-1} J(t) = -\Delta_p \ddot{\psi}(t); \quad (3.1)$$

$$\delta \cdot [\bar{m} \cdot \ddot{y}(t) + k_f \cdot \dot{y}(t)] + y(t) = \Delta_p \psi(t), \quad (3.2)$$

а при использовании матрицы динамической жесткости, соответственно

$$\ddot{J}(t) + k_f \cdot \bar{m}^{-1} \dot{J}(t) + r \cdot \bar{m}^{-1} J(t) = R_p \ddot{\psi}(t); \quad (3.3)$$

$$\bar{m} \cdot \ddot{y}(t) + k_f \cdot \dot{y}(t) + r \cdot y(t) = -R_p \psi(t). \quad (3.4)$$

Из общих уравнений (3.1) – (3.4) получаются уравнения для частных случаев движения и постановок задач, в том числе для установившихся вынужденных гармонических колебаний от вибрационного воздействия в пренебрежении внутренним трением и сопротивлением внешней среды:

$$\delta \cdot J - \omega_F^{-2} \cdot \bar{m}_i^{-1} \cdot J = -\Delta_p, \quad (3.5)$$

$$\omega_F^2 \cdot \delta \cdot \bar{m} \cdot y - y = -\Delta_p, \quad (3.6)$$

$$-J + \omega_F^2 \cdot r \cdot \bar{m}^{-1} \cdot J = -R_p, \quad (3.7)$$

$$-\omega_F^2 \cdot \bar{m} \cdot y + r \cdot y = -R_p. \quad (3.8)$$

Уравнения (3.5) – (3.8) удобно использовать для описания динамического НДС системы, а также для расчета его регулирования. В зависимости от выбранной формы записи будет получаться удобный для различных типов задач вариант решения регулирования динамического НДС с помощью ДГК, что будет показано ниже.

Цель данного этапа работы – получение аналитического решения задачи регулирования (гашения колебаний посредством группы ДГК), напряженно-деформированного состояния системы с конечным числом степеней свободы при гармонических воздействиях [131].

Постановка задачи. Рассматривается линейно деформируемая система с сосредоточенными «точечными» массами при установившихся вынужденных колебаниях от гармонических воздействий, произвольных по виду и расположению мест приложения. Для противодействия вибрации используется комплекс (группа) из n_d одномассовых ДГК с заданной схемой их размещения. Определению подлежат массы и жесткости упругих элементов всех гасителей, обеспечивающие получение требуемых значений характерных, заранее выбранных, параметров НДС системы [131].

Решение. Сформулированная задача регулирования по сути – обратная задача динамического расчета: определение параметров гасителей, удовлетворяющих исходным требованиям к значениям характеристик НДС.

По терминологии теории регулирования [122, 131]:

- регуляторами, в качественном смысле, являются ДГК, ориентированные по направлениям движения масс системы, а в количественном выражении – их массы m_d и жесткости c_d ;
- регулируемые параметрами выбираются динамические перемещения системы в точках крепления гасителей;
- условия регулирования принимаются в виде равенств значений регулируемых параметров требуемым показателям.

3.1.1. Решение задачи регулирования динамического напряженно-деформированного состояния систем в силах инерции с использованием матрицы динамической податливости

Рассмотрим произвольную гармонически нагруженную систему с n_d одномассовыми ДГК. Число степеней свободы незащищенной системы – n , гасителей колебаний – n_d (рисунок 3.1).

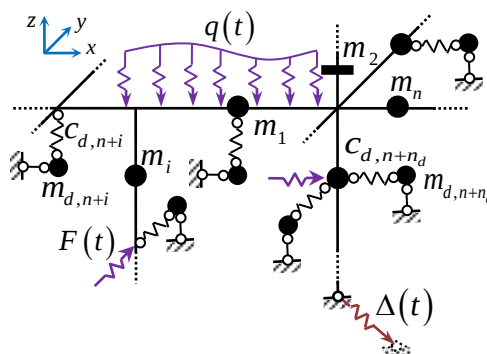


Рисунок 3.1 – Система с $n+n_d$ степенями свободы

Конкретное назначение мест установки ДГК зависит от конструктивных особенностей системы и формы ее колебаний при заданной нагрузке. Качественный прогноз влияния гасителей приводит к заключению о целесообразности их установки в местах, где динамические перемещения незащищенной конструкции наибольшие [130]. В матричной форме уравнения динамического состояния системы с комплексом ДГК в амплитудах инерционных сил, с матрицей динамической податливости, для вынужденных установившихся колебаний [123] записывается как

$$[\delta^*] \cdot [J] + [\Delta_F] = 0, \quad (3.9)$$

где $[\delta^*]$ – матрица динамической податливости системы, размером $(n + n_d) \times (n + n_d)$; $[J]$ – вектор амплитуд сил инерции; $[\Delta_F]$ – вектор амплитуд перемещений от заданных воздействий.

Первые n уравнений (3.9) характеризуют амплитудное состояние самой системы (первая группа уравнений), а последующие n_d уравнений – гасителей (вторая группа уравнений).

Представим матрицу динамической податливости системы в следующем виде:

$$[\delta^*] = \begin{bmatrix} \delta_{11}^* & \dots & \delta_{1n} & \vdots & \delta_{1,n+1} & \dots & \delta_{1,n+n_d} \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \dots & \delta_{nn}^* & \vdots & \delta_{n,n+1} & \dots & \delta_{n,n+n_d} \\ \hline \delta_{n+1,1} & \dots & \delta_{n+1,n} & \vdots & \delta_{n+1,n+1}^* & \dots & \delta_{n+1,n+n_d} \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n+n_d,1} & \dots & \delta_{n+n_d,n} & \vdots & \delta_{n+n_d,n+1} & \dots & \delta_{n+n_d,n+n_d}^* \end{bmatrix}$$

или

$$[\delta^*] = \begin{bmatrix} \delta_{J_s}^* \\ \delta_{J_d}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{J_s J_s}^* & \delta_{J_s J_d} \\ \delta_{J_d J_s} & \delta_{J_d J_d}^* \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

где $\delta_{ii}^* = \delta_{ii} - (m_i \omega_F^2)^{-1}$ ($i = 1, \dots, n$); ¹ $\delta_{n+i,n+i}^* = \delta_{n+i,n+i} - (m_{d,n+i} \omega_F^2)^{-1}$ (здесь $i = 1, \dots, n_d$); $\delta_{n+i,n+i} = \delta_{k,n+i} + (c_{d,n+i})^{-1}$ ($k = n + n_d + 1, \dots, n + 2n_d$), k – номер точки крепления i -го гасителя; m_i – масса незащищенной системы, порождающая силу J_i ; $m_{d,n+i}$ – масса гасителя; ω_F – частота внешнего воздействия. Использована общая для всех уравнений индексация параметров: $i = 1, \dots, n$ – для точек системы; $i = n + 1, \dots, n + n_d$ – для масс гасителей; $k = n + n_d + 1, \dots, n + 2n_d$ – для точек системы в местах крепления гасителей.

При этом в диагональных элементах блока $[\delta_{J_d J_d}^*]$ содержатся неизвестные параметры гасителя – масса ($m_{d,n+i}$) и жесткость ($c_{d,n+i}$), которые необходимо подобрать таким образом, чтобы выполнялись требования, обеспечивающие улучшение показателей динамического НДС системы. Таким образом, задача определения параметров комплекса ДГК является задачей регулирования НДС системы, причем задачей нелинейной, т.к. характеристики гасителей присутствуют в матрице динамической податливости системы.

¹ В общем случае динамические поправки, содержащие массы и частоту ω_F , могут присутствовать не только в диагональных, но и в побочных элементах матрицы $[\delta^*]$ – при групповых перемещениях (обобщенных координатах).

В качестве условий регулирования используем ограничения перемещений:

$$\left[\Delta_{n+n_d+1}^r \dots \Delta_{n+2n_d}^r \right]^T = \left[\langle \Delta_{n+n_d+1}^r \rangle \dots \langle \Delta_{n+2n_d}^r \rangle \right]^T \quad \text{или} \quad \left[\Delta^r \right] = \left[\langle \Delta^r \rangle \right], \quad (3.11)$$

где Δ_k^r ($k = n + n_d + 1, \dots, n + 2n_d$) – перемещения точек системы в местах креплений ДГК; $\langle \Delta_k^r \rangle$ ($k = n + n_d + 1, \dots, n + 2n_d$) – требуемые (регламентируемые) перемещения в местах крепления динамических гасителей колебаний.

Если $\left[\Delta^r \right]$ выразить через $\left[\delta^r \right]$, $[J]$ и $\left[\Delta_F^r \right]$ из (3.9), то получим следующую матричную запись уравнений регулирования:

$$\left[\delta^r \right] \cdot [J] + \left[\Delta_F^r \right] = \left[\langle \Delta^r \rangle \right]$$

или

$$\begin{bmatrix} \delta_{k1} & \dots & \delta_{kn} & \delta_{k,n+1} & \dots & \delta_{k,n+n_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{k+n_d,1} & \dots & \delta_{k+n_d,n} & \delta_{k+n_d,n+1} & \dots & \delta_{k+n_d,n+n_d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_1 \\ \dots \\ J_n \\ \dots \\ J_{n+1} \\ \dots \\ J_{n+n_d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_{n+n_d+1,F} \\ \dots \\ \Delta_{n+2n_d,F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \Delta_{n+n_d+1}^r \rangle \\ \dots \\ \langle \Delta_{n+2n_d}^r \rangle \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

Количество уравнений регулирования соответствует числу ДГК. В этом случае, как будет показано далее, возможно получение корректного решения по сути обратной задачи – получения аналитических выражений связи между искомыми параметрами гасителя. При этом в уравнениях (3.12) неизвестными являются только силы инерции, остальные параметры вычисляются или задаются. Так как силы инерции $[J]$ в (3.9) и (3.12) одни и те же, а также количества уравнений второй группы в (3.9) и уравнений регулирования (3.12) одинаковые, то можно поменять эти группы уравнений местами; в результате имеем:

$$\begin{bmatrix} \delta_{11}^* & \dots & \delta_{1n} & \delta_{1,n+1} & \dots & \delta_{1,n+n_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \dots & \delta_{nn}^* & \delta_{n,n+1} & \dots & \delta_{n,n+n_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{k1} & \dots & \delta_{kn} & \delta_{k,n+1} & \dots & \delta_{k,n+n_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{k+n_d,1} & \dots & \delta_{k+n_d,n} & \delta_{k+n_d,n+1} & \dots & \delta_{k+n_d,n+n_d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_1 \\ \dots \\ J_n \\ \dots \\ J_{n+1} \\ \dots \\ J_{n+n_d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_{1F} \\ \dots \\ \Delta_{nF} \\ \dots \\ \Delta_{n+n_d+1,F} - \langle \Delta_{n+n_d+1}^r \rangle \\ \dots \\ \Delta_{n+2n_d,F} - \langle \Delta_{n+2n_d}^r \rangle \end{bmatrix} = 0$$

или

$$\begin{bmatrix} \delta_{J_s}^* \\ \delta^r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J^n \\ J^{n_d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_F^n \\ \Delta_F^r - \langle \Delta^r \rangle \end{bmatrix} = 0. \quad (3.13)$$

В полученную новую систему (3.13) не входят неизвестные параметры гасителей. При этом силы инерции, полученные из (3.13), обеспечивают выполнение требуемых условий регулирования.

Рассмотрим вторую группу уравнений, замененную в (3.9) на уравнения регулирования (3.12):

$$\begin{bmatrix} \delta_{J_d}^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_F^d \end{bmatrix} = 0. \quad (3.14)$$

В каждом уравнении (3.14) содержатся неизвестные параметры гасителя (жесткость c_d и масса m_d); из его решения получается выражение связи между c_d и m_d с учетом (опосредованно – через силы инерции) требуемых перемещений в местах креплений гасителей:

$$G_{d,n+i} = \frac{1}{c_{d,n+i}} - \frac{1}{m_{d,n+i} \omega_F^2} = \frac{-\sum_{j=1}^{n+i-1} \delta_{n+i,j} |D_j| - \sum_{j=n+i+1}^{n+n_d} \delta_{n+i,j} |D_j| - \Delta_{n+i,F}}{|D_{n+1}|} - \delta_{k+n,n+i}, \quad (3.15)$$

где $i=1, \dots, n_d$; $k=n+n_d+1, \dots, n+2n_d$, k – номер точки крепления i – го гасителя; $|D_j|$ – определитель матрицы коэффициентов при основных неизвестных в (3.13) с j -м столбцом, замененным на вектор свободных членов из (3.13).

Задавая один из параметров гасителя, из (3.15) определяем значение другого. Таким образом, предлагаемый алгоритм позволяет легко подобрать характеристики для всего комплекса гасителей, которые соответствуют определенным требованиям регулирования НДС.

Рассмотрим частный случай, когда $n=1$ и $n_d=1$. Дана стержневая система с одной степенью свободы массы m_1 , загруженная произвольно расположенной гармонической нагрузкой, с ДГК, установленным в точке k (рисунок 3.2).

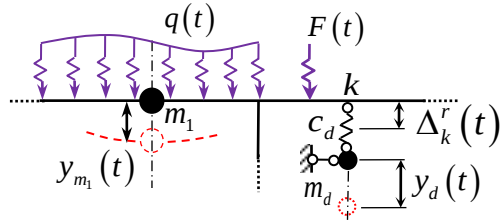


Рисунок 3.2 – Система с одной степенью свободы и одномассовым ДГК

Подберем параметры гасителя, соответствующие требуемому перемещению точки k , согласно выше описанной методике. Условие регулирования сформулируем как $\Delta_k^r = \langle \Delta_k^r \rangle$. Уравнения вынужденных колебаний для системы (рисунок 3.2) запишем в виде

$$\begin{cases} \delta_{11}^* J_1 + \delta_{1d} J_d + \Delta_{1F} = 0, \\ \delta_{d1} J_1 + \delta_{dd}^* J_d + \Delta_{dF} = 0, \end{cases}$$

где $\delta_{11}^* = \delta_{11} - \frac{1}{m_1 \omega_F^2}$; $\delta_{dd}^* = \delta_{dd} - \frac{1}{m_d \omega_F^2}$; $\delta_{dd} = \delta_{kd} + \frac{1}{c_d}$; $\Delta_{dF} = \Delta_{kF}$; $\delta_{k1} = \delta_{1d}$.

Уравнение регулирования (ограничение перемещения точки k):

$$\Delta_k^r = \delta_{k1} J_1 + \delta_{kd} J_d + \Delta_{kF} = \left[\langle \Delta_k^r \rangle \right].$$

В результате математических преобразований, аналогично выводу зависимости (3.7), получим выражение связи параметров гасителя

$$G_d = \frac{1}{c_d} - \frac{1}{m_d \omega_F^2} = \frac{\langle \Delta_k^r \rangle (\delta_{1d}^2 - \delta_{kd} \delta_{11}^*)}{\delta_{k1} \Delta_{1F} + \delta_{11}^* (\langle \Delta_k^r \rangle - \Delta_{kF})};$$

(оно может быть найдено непосредственно как частный случай (3.15)).

Подставляя в данное условие требуемое перемещение $\langle \Delta_k^r \rangle$, получим параметры для подбора c_d и m_d . Если принять $\langle \Delta_k^r \rangle = 0$, то выражение связи параметров ДГК при нулевом перемещении в точке крепления гасителя будет иметь вид

$$\frac{1}{c_d} - \frac{1}{m_d \omega_F^2} = 0 \quad \text{или} \quad c_d = m_d \omega_F^2.$$

Это выражение совпадает с уравнением (2.16) – условием подбора «идеального» гасителя. Таким образом, с помощью ДГК, теоретически можно

погасить перемещение в любой точке системы, независимо от места приложения и вида нагрузки.

Рассмотрим симметричную плоскую трехшарнирную раму с двумя дискретными массами (рисунок 3.3, а), загруженную гармонической равномерно распределенной нагрузкой. При следующих соотношениях расчетных параметров – $h = l/2$; $EI_B = EI$; $EI_\Gamma = 4EI$, из расчета на собственные колебания получим $\omega_1 = 9,238\sqrt{EI/ml^3}$. При частоте рабочей нагрузки $\omega_F = 8\sqrt{EI/ml^3}$, близкой к собственной частоте системы, эпюра амплитуд динамических изгибающих моментов будет иметь вид – рисунок 3.3, б. Наибольшие изгибающие моменты возникают в жестких узлах рамы; динамический коэффициент по изгибающему моменту $\mu_M = 4,02$. Принципиальная схема деформирования показана штриховой линией на рисунке 3.3, а. Максимальное перемещение – в ключевом шарнире k .

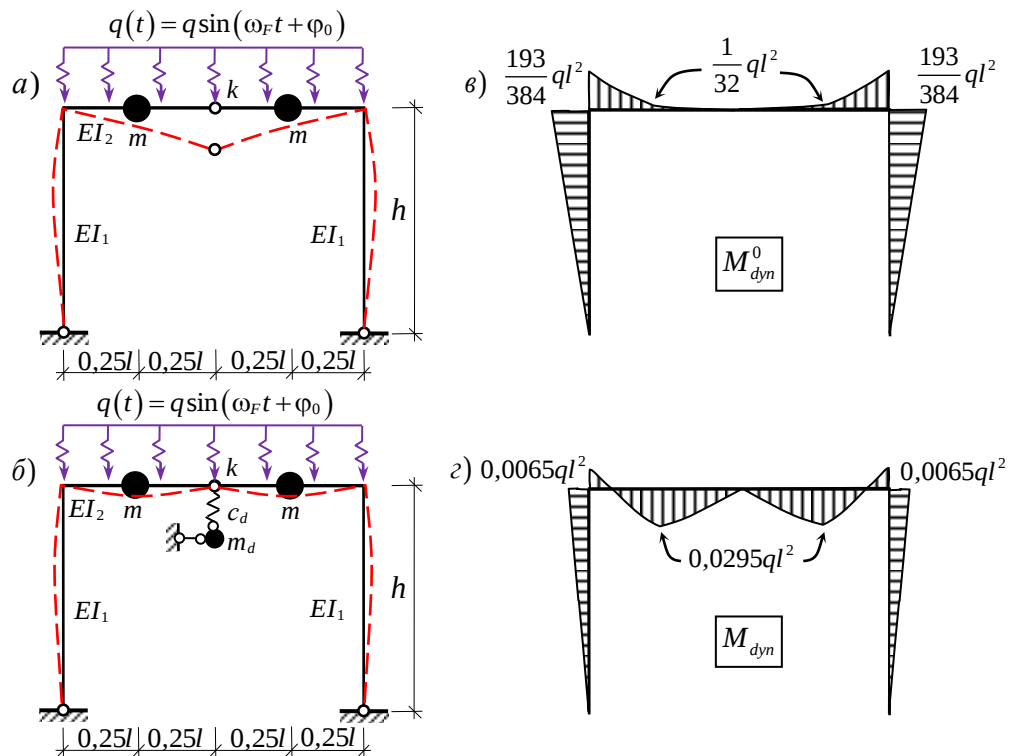


Рисунок 3.3 – Симметричная трехшарнирная рама (а),
эпюра динамических изгибающих моментов в ней (б);
трехшарнирная рама с гасителем (в)
и ее эпюра динамических изгибающих моментов (г)
(примечание: масштабы ординат эпюр M_{dyn}^0 и M_{dyn} – разные)

При постановке гасителя с $m_d = m/40$ и $c_d = 1,6EI/l^3$ (параметры подобраны из условия нулевого перемещения точки крепления гасителя) в точку k (рисунок 3.3, в) получим многократное уменьшение динамических изгибающих моментов (рисунок 3.3, г). За счет применения гасителя в системе произошло перераспределение усилий, при этом максимальный изгибающий момент значительно снизился, а перемещение ключевого шарнира стало равно нулю. Выбор наиболее рационального места постановки гасителя определяется для каждой системы индивидуально в зависимости от ее особенностей и желаемого эффекта от применения ДГК. По сути это является оптимизационной постановкой задачи регулирования [1, 122]. Подробнее этот вопрос будет рассмотрен в п. 3.3.

Так как изготовление упругих элементов гасителей с определенной жесткостью может технологически затруднительным, то целесообразно использовать следующий прием: задав желательную массу гасителя, согласно формуле (3.15) вычисляется соответствующая жесткость. Затем жесткость округляется так, чтобы соответствовать возможностям изготовления, и в соответствии с формулой (3.15) корректируется масса гасителя. С практической точки зрения, использование данного алгоритма является рациональным.

3.1.2. Решение задачи регулирования динамического напряженно-деформированного состояния систем в перемещениях масс с использованием матрицы динамической жесткости

Предложенная в п. 3.1.1 методика является достаточно удобной для практического применения. Однако, ее недостаток заключается в относительно большой трудоемкости автоматизации расчета и регулирования для больших, сложных систем. Другой подход, в большей степени адаптированный для реализации в конечно-элементной постановке (что позволяет использовать уже существующие расчетные программные комплексы), может быть основан на уравнениях в амплитудах перемещений масс, с использованием матрицы динамической жесткости [131].

Аналогично п. 3.1.1 рассмотрим произвольную гармонически нагруженную систему с n_d одномассовыми ДГК (рисунок 3.4, а). Как и в п. 3.1.1 задача решается как задача регулирования.

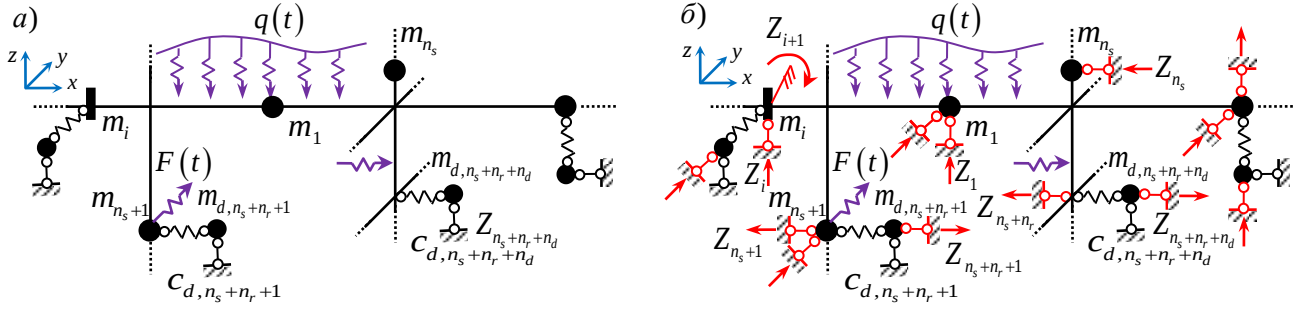


Рисунок 3.4 – Расчетная схема системы с ДГК (а)

и расчетная система для определения матрицы жесткости (б)

В матричной форме уравнения динамического состояния системы с комплексом ДГК в амплитудах перемещений, с матрицей динамической жесткости для вынужденных установившихся колебаний записывается как

$$[r^*] \cdot [Z] + [R_F] = 0, \quad (3.16)$$

где $[Z]$ – вектор амплитуд динамических перемещений расчетных точек системы (в том числе в местах расположения масс) и масс гасителей; $[r^*]$ – матрица динамической жесткости системы (реакций) по направлениям перемещений Z ; $[R_F] = \left[[R_{F_s}]^T [R_{F_r}]^T [R_{F_d}]^T \right]^T$ – вектор амплитуд реакций, соответствующих перемещениям Z , от заданных воздействий.

Вектор $[Z]$ формируем в виде $[Z] = \left[[Z_s]^T [Z_r]^T [Z_d]^T \right]^T$, где Z_s – перемещения точек защищаемой системы, в которых расположены массы, но не вводятся условия регулирования; Z_r – перемещения, на которые вводятся ограничения по условиям регулирования (в точках постановки гасителей); Z_d – перемещения масс гасителей. Количества элементов векторов Z_s , Z_r и Z_d – n_s , n_r и n_d (заметим, что $n_r = n_d$); размеры векторов $[Z]$ и $[R_F]$ – $(n_s + n_r + n_d)$, матрицы $[r^*]$ – $(n_s + n_r + n_d) \times (n_s + n_r + n_d)$.

В системе уравнений (3.16) выделяем три группы:

- 1) n_s уравнений, описывающих амплитудное состояние самой системы (по точкам, где есть массы, перемещения которых не регулируются);
- 2) n_r уравнений, относящихся к местам постановки гасителей, где необходимо отрегулировать перемещения;
- 3) n_d уравнений, характеризующих состояние самих гасителей.

Для формирования матрицы динамической жесткости используется следующая система (рисунок 3.4, б), аналогичная основной системе классического метода перемещений с ограничением перемещений по направлению расчетных степеней свободы. Формировать матрицу жесткости удобно используя программы, основанные на МКЭ, например, SCAD, Lira, ANSYS и т.д.

Представим матрицу динамической жесткости системы в следующем виде:

$$[r^*] = \begin{bmatrix} r_{11}^* & \dots & r_{1n_s} & r_{1,n_s+1} & \dots & r_{1,n_s+n_r} & r_{1,n_s+n_r+1} & \dots & r_{1,n_s+n_r+n_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n_s,1} & \dots & r_{n_s,n_s}^* & r_{n_s,n_s+1} & \dots & r_{n_s,n_s+n_r} & r_{n_s,n_s+n_r+1} & \dots & r_{n_s,n_s+n_r+n_d} \\ \hline r_{n_s+1,1} & \dots & r_{n_s+1,n_s} & r_{n_s+1,n_s+1}^* & \dots & r_{n_s+1,n_s+n_r} & r_{n_s+1,n_s+n_r+1} & \dots & r_{n_s+1,n_s+n_r+n_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n_s+n_r,1} & \dots & r_{n_s+n_r,n_s} & r_{n_s+n_r,n_s+1} & \dots & r_{n_s+n_r,n_s+n_r}^* & r_{n_s+n_r,n_s+n_r+1} & \dots & r_{n_s+n_r,n_s+n_r+n_d} \\ \hline r_{n_s+n_r+1,1} & \dots & r_{n_s+n_r+1,n_s} & r_{n_s+n_r+1,n_s+1} & \dots & r_{n_s+n_r+1,n_s+n_r} & r_{n_s+n_r+1,n_s+n_r+1}^* & \dots & r_{n_s+n_r+1,n_s+n_r+n_d} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n_s+n_r+n_d,1} & \dots & r_{n_s+n_r+n_d,n_s} & r_{n_s+n_r+n_d,n_s+1} & \dots & r_{n_s+n_r+n_d,n_s+n_r} & r_{n_s+n_r+n_d,n_s+n_r+1} & \dots & r_{n_s+n_r+n_d,n_s+n_r+n_d}^* \end{bmatrix}$$

или

$$[r^*] = \begin{bmatrix} [r_{Z_s}^*] \\ [r_{Z_r}^*] \\ [r_{Z_d}^*] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [r_{Z_s Z_s}^*] & [r_{Z_s Z_r}^*] & [r_{Z_s Z_d}^*] \\ [r_{Z_r Z_s}^*] & [r_{Z_r Z_r}^*] & [r_{Z_r Z_d}^*] \\ [r_{Z_d Z_s}^*] & [r_{Z_d Z_r}^*] & [r_{Z_d Z_d}^*] \end{bmatrix}, \quad (3.17)$$

где элементы главной диагонали матрицы r_{ii}^* : $r_{ii}^* = r_{ii} - m_i \omega_F^2$ ($i = 1, \dots, n_s + n_r$);

m_i – масса незащищенной системы в точке с перемещением y_i ;

$r_{n_s+n_r+i,n_s+n_r+i}^* = r_{n_s+n_r+i,n_s+n_r+i} - m_{d,n_s+n_r+i} \omega_F^2$ (здесь $i = 1, \dots, n_d$);

$r_{n_s+i, n_s+i} = r_{n_s+i, n_s+i}^s + c_{d, n_s+n_r+i}$ ($i=1, \dots, n_d$; r_{n_s+i, n_s+i}^s – реакция системы); m_{d, n_s+n_r+i} и c_{d, n_s+n_r+i} – соответственно масса и жесткость гасителя ($i=1, \dots, n_d$); ω_F – частота внешнего воздействия. Использована общая для всех уравнений индексация параметров: $i=1, \dots, n_s$ – для точек системы; $i=n_s+1, \dots, n_s+n_r$ – для точек крепления ДГК; $i=n_s+n_r+1, \dots, n_s+n_r+n_d$ – для масс гасителей.

Из-за особенностей формирования расчетной модели, используемой для построения матрицы динамической жесткости, блоки $\begin{bmatrix} r_{Z_s Z_d} \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} r_{Z_d Z_s} \end{bmatrix}$ зануляются полностью, а в блоках $\begin{bmatrix} r_{Z_r Z_d} \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} r_{Z_d Z_r} \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} r_{Z_d Z_d}^* \end{bmatrix}$ только диагональные элементы не равны нулю. В элементах главных диагоналей блоков $\begin{bmatrix} r_{Z_r Z_d} \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} r_{Z_d Z_r} \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} r_{Z_r Z_r}^* \end{bmatrix}$ присутствуют жесткости гасителей, а в диагональных элементах блока $\begin{bmatrix} r_{Z_d Z_d}^* \end{bmatrix}$ – жесткости и массы гасителей. Элементы блока $\begin{bmatrix} R_{F_d} \end{bmatrix}$ также равны нулю. Подлежащие определению параметры масс и жесткостей гасителей необходимо подобрать таким образом, чтобы выполнялись требования, обеспечивающие улучшение показателей динамического НДС системы.

В качестве условий регулирования используем ограничения перемещений в местах и по направлению установки гасителей:

$$\begin{bmatrix} Z_{n_s+1} \dots Z_{n_s+n_r} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \langle y_{n_s+1}^r \rangle \dots \langle y_{n_s+n_r}^r \rangle \end{bmatrix}^T \text{ или } \begin{bmatrix} Z_r \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \langle y^r \rangle \end{bmatrix}^T. \quad (3.18)$$

После подстановки условий регулирования (3.18) в систему уравнений (3.16) из первых n_s уравнений (первая группа) сразу можно найти основные неизвестные $\begin{bmatrix} Z_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 \dots Z_{n_s} \end{bmatrix}^T$. После определения $\begin{bmatrix} Z_s \end{bmatrix}$ система уравнений (3.16) распадается на n_d групп независимых систем уравнений, содержащих искомые параметры гасителей (массы и жесткости), причем в каждую группу будут входить два уравнения с искомыми m_d и c_d некоторого гасителя. Так как номер точки

крепления гасителя отличается от номера гасителя на n_r , имеем следующую комбинацию уравнений по номерам строк $n_s + i$ и $n_s + n_r + i$ ($i = 1, \dots, n_d$):

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n_s} r_{n_s+i,j} \cdot Z_j + \sum_{j=n_s+1}^{n_s+i-1} r_{n_s+i,j} \cdot \langle y_j^r \rangle + r_{n_s+i,n_s+i}^* \cdot \langle y_{n_s+i}^r \rangle + \sum_{j=n_s+i+1}^{n_s+n_r} r_{n_s+i,j} \cdot \langle y_j^r \rangle + \\ + r_{n_s+i,n_s+n_r+i} \cdot Z_{n_s+n_r+i} + R_{F,n_s+i} = 0, \\ r_{n_s+n_r+i,n_s+i} \cdot \langle y_{n_s+i}^r \rangle + r_{n_s+n_r+i,n_s+n_r+i}^* \cdot Z_{n_s+n_r+i} = 0. \end{cases} \quad (3.19)$$

из $n_s + i$ - го уравнения выражаем основную неизвестную $Z_{n_s+n_r+i}$:

$$Z_{n_s+n_r+i} = - \frac{\sum_{j=1}^{n_s} r_{n_s+i,j} \cdot Z_j + \sum_{j=n_s+1}^{n_s+i-1} r_{n_s+i,j} \cdot \langle y_j^r \rangle + r_{n_s+i,n_s+i}^* \cdot \langle y_{n_s+i}^r \rangle + \sum_{j=n_s+i+1}^{n_s+n_r} r_{n_s+i,j} \cdot \langle y_j^r \rangle + R_{F,n_s+i}}{r_{n_s+i,n_s+n_r+i}}, \quad (3.20)$$

и подставляем в $n_s + n_r + i$ - е уравнение, в итоге получим:

$$\begin{aligned} & \frac{m_{d,n_s+n_r+i} \omega_F^2}{c_{d,n_s+n_r+i}} + \\ & + \frac{m_{d,n_s+n_r+i} \omega_F^2 \langle y_{n_s+i}^r \rangle}{\sum_{j=1}^{n_s} r_{n_s+i,j} Z_j + \sum_{j=n_s+1}^{n_s+i-1} r_{n_s+i,j} \langle y_j^r \rangle + (r_{n_s+i,n_s+i}^s - m_{n_s+i} \omega_F^2) \langle y_{n_s+i}^r \rangle + \sum_{j=n_s+i+1}^{n_s+n_r} r_{n_s+i,j} \langle y_j^r \rangle + R_{F,n_s+i}} = 1, \end{aligned}$$

где $i = 1, \dots, n_d$;

используя более удобное обозначение номеров гасителей, получим:

$$m_{d,j} = \frac{c_{d,j}}{\omega_F^2} \cdot B(c_{d,j}), \quad j = 1, \dots, n_d, \quad (3.21)$$

где $m_{d,j} = m_{d,n_s+n_r+i}$; $c_{d,j} = c_{d,n_s+n_r+i}$;

$$B(c_{d,j}) = \left[1 + \frac{c_{d,j} \langle y_{n_s+i}^r \rangle}{\sum_{j=1}^{n_s} r_{n_s+i,j} Z_j + \sum_{j=n_s+1}^{n_s+i-1} r_{n_s+i,j} \langle y_j^r \rangle + (r_{n_s+i,n_s+i}^s - m_{n_s+i} \omega_F^2) \langle y_{n_s+i}^r \rangle + \sum_{j=n_s+i+1}^{n_s+n_r} r_{n_s+i,j} \langle y_j^r \rangle + R_{F,n_s+i}} \right]^{-1}.$$

Таким образом, получено выражение, определяющее взаимосвязь массы и жесткости каждого гасителя независимо от параметров других ДГК, но с учетом свойств системы без гасителей. Множитель $B(c_{d,j})$ в (3.21) характеризует общем

случае нелинейную зависимость между массой и жесткостью гасителя при фиксированной частоте ω_F .

Если подставить в (3.21) некоторое значение одного из параметров гасителя (массу или жесткость), то можно определить значение второго. Как уже указывалось в п.3.1.1, с инженерной точки зрения целесообразно задавать жесткость и находить соответствующую массу (легче реализуется практически). При этом можно учитывать дополнительные ограничения, например, по перемещению массы гасителя. Рисунок 3.5 иллюстрирует отыскание массы m_d по задаваемому значению жесткости $\langle c_d \rangle$, которое, в свою очередь, вычисляется по допустимому перемещению $\langle y_d \rangle$.

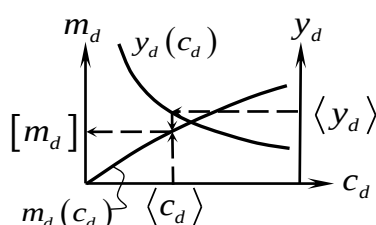


Рисунок 3.5 – К определению параметров гасителя по ограничению перемещения его массы

Заметим, что если потребовать равенства нулю перемещения в точке крепления ДГК, то из (3.21) получится $B(c_{d,j})=1$ и соответственно $m_{d,j}\omega_F^2 = c_{d,j}$, что совпадает с формулой подбора «идеального» динамического гасителя колебаний [69].

Примеры:

Рассматривается статически и динамически нагруженная ферма пролетом 30 м, показанная на рисунке 3.6, а. Параметры системы и нагрузки: $F_{st} = 45 \text{ кН}$; $m = 4,59 \text{ т}$; $F = 2,5 \text{ кН}$ (амплитуда нагрузки $F(t) = F \sin \omega_F t$); $\omega_F = 0,8\omega_1 = 11,12 \text{ с}^{-1}$; $l = 3 \text{ м}$. Жесткостные характеристики элементов по типам показаны в таблице 3.1.

Статические и динамические усилия для незащищенной фермы приведены в таблице 3.2, вертикальные перемещения – на рисунке 3.7, а, б. Динамическое НДС фермы регулируется с помощью одного ДГК, поставленного посередине пролета. Расчетная модель фермы с гасителем для формирования матрицы динамической

жесткости, в соответствии с предложенной методикой, показана на рисунке 3.6, б. Матрица динамической жесткости формировалась с использованием ПК SCAD.

Таблица 3.1 – Геометрические характеристики

№ типа сечения	Сечение	A (см ²)	Жесткость EA (кН)
1	2L 100x7	27,5	566527,52
2	2L 125x8	39,38	811267,45
3	2L 125x8	39,38	811267,45
4	2L 110x8	34,4	708674,45
5	2L 70x5	13,72	282645,72

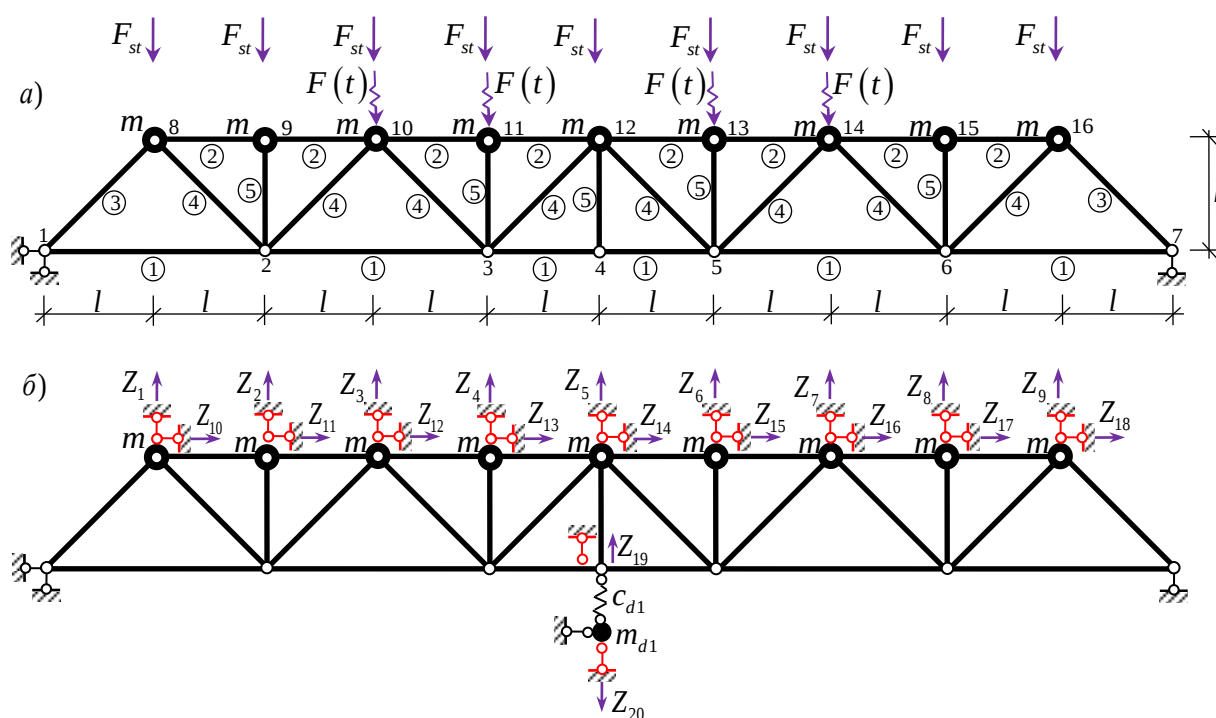


Рисунок 3.6 – Расчетная схема фермы (а); расчетная модель фермы с ДГК, основных неизвестные – перемещения масс (б)

Задав условие регулирования $\langle y_{19}^r \rangle = 0$ и назначив массу гасителя $m_{d1} = 0,25 \text{ т}$, с использованием (3.21) получаем соответствующую жесткость гасителя $-c_{d1} = 30,91 \text{ кН/м}$. Динамические усилия для фермы, защищенной ДГК, представлены в таблице 3.2, вертикальные перемещения – на рисунке 3.7, в. Из результатов расчета видно, что динамические усилия и перемещения существенно снизились в сравнении с незащищенной системой.

Таблица 3.2 – Усилия в элементах фермы

№ пп	Стержень	Тип сечения	Статич. усилия (кН)	Динам. усилия (кН)	
				незащищенной фермы	фермы с ДГК
1	1 – 2	1	202,5	18,42	1,25
2	2 – 3		472,5	42,48	3,26
3	3 – 4		562,31	49,73	-2,61
4	4 – 5		562,31	49,73	-2,61
5	5 – 6		472,5	40,58	3,19
6	6 – 7		202,5	14,68	1,11
7	8 – 9	2	-360	-27,52	-2,16
8	9 – 10		-360	-28,29	-2,19
9	10 – 11		-540	-46,46	-1,54
10	11 – 12		-540	-47,07	-1,56
11	12 – 13		-540	-46,62	-1,55
12	13 – 14		-540	-47,04	-1,56
13	14 – 15		-360	-28,02	-2,18
14	15 – 16		-360	-28,28	-2,18
15	1 – 8	3	-286,38	-19,52	-1,53
16	7 – 16		-286,38	-20,76	-1,58
17	2 – 8	4	222,74	18,23	1,47
18	2 – 10		-159,1	-15,8	-1,36
19	3 – 10		95,46	8,89	-2,31
20	3 – 12		-31,55	-1,37	5,98
21	5 – 12		-31,55	-2,72	5,93
22	5 – 14		95,46	10,23	-2,26
23	6 – 14		-159,1	-17,11	-1,41
24	6 – 16		222,74	19,51	1,52
25	2 – 9	5	-45	-1,72	-0,08
26	3 – 11		-45	-5,3	-2,6
27	4 – 12		-0,39	-0,03	-3,48
28	5 – 13		-45	10,23	-2,6
29	6 – 15		-45	-1,7	-0,08

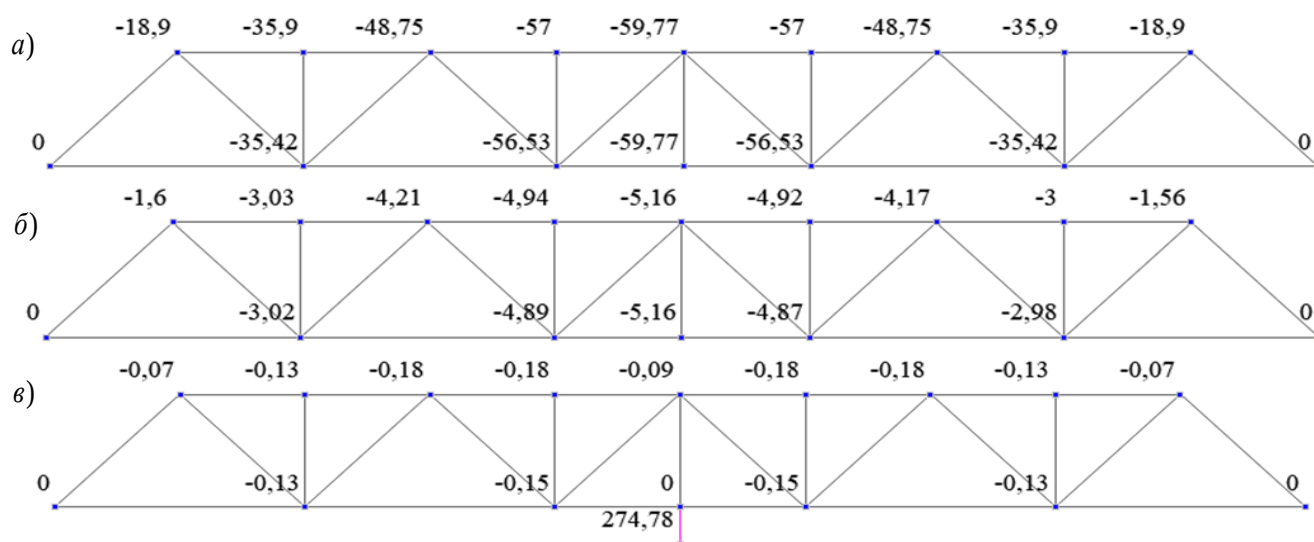


Рисунок 3.7 – Вертикальные перемещения узлов (мм) для фермы без гасителя от статического (а) и динамического воздействий (б);
для фермы с гасителем от динамического воздействия (в)

Рассмотрим следующий пример: пятиэтажная трёхпролётная рама (рисунок 3.8) со следующими характеристиками: $m=3$ т; $q=2,3$ кН/м; $\omega_F=0,8\omega_1=4,272$ с⁻¹; $EI_1=27935$ кН·м²; $EI_2=18893$ кН·м²; $l=6$ м; $h=3$ м.

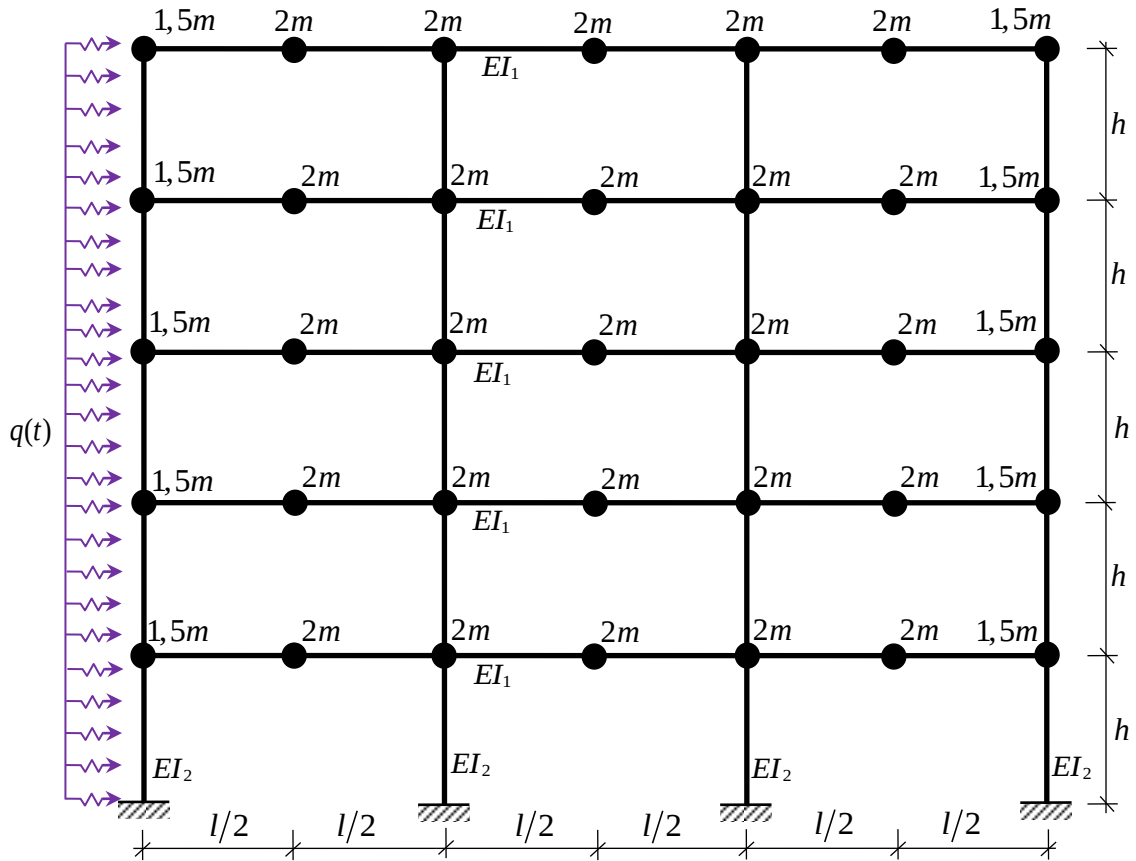


Рисунок 3.8 – Расчетная схема незащищенной рамы с нагрузкой;

Эпюра динамических изгибающих моментов для незащищенной рамы показана на рисунке 3.9, а, деформационная схема с указанием горизонтальных перемещений – на рисунке 3.9, б. Для улучшения динамического НДС рамы используем два ДГК, поставленных в уровне 3 и 5 этажей. Расчетная модель для построения матрицы динамической жесткости показана на рисунке 3.10, матрица формировалась с использованием ПК SCAD.

В соответствии с предложенной методикой регулируются горизонтальные перемещения в уровнях 5 и 3 этажей. При условиях регулирования $\langle y_{19}^r \rangle = 0$; $\langle y_{20}^r \rangle = 0$ и принятых массах гасителей $m_{d1}=3$ т; $m_{d2}=3$ т в результате расчетов с использованием (3.21) находим следующие жесткости для группы из двух ДГК: $c_{d1}=54,75$ кН/м; $c_{d2}=54,75$ кН/м.

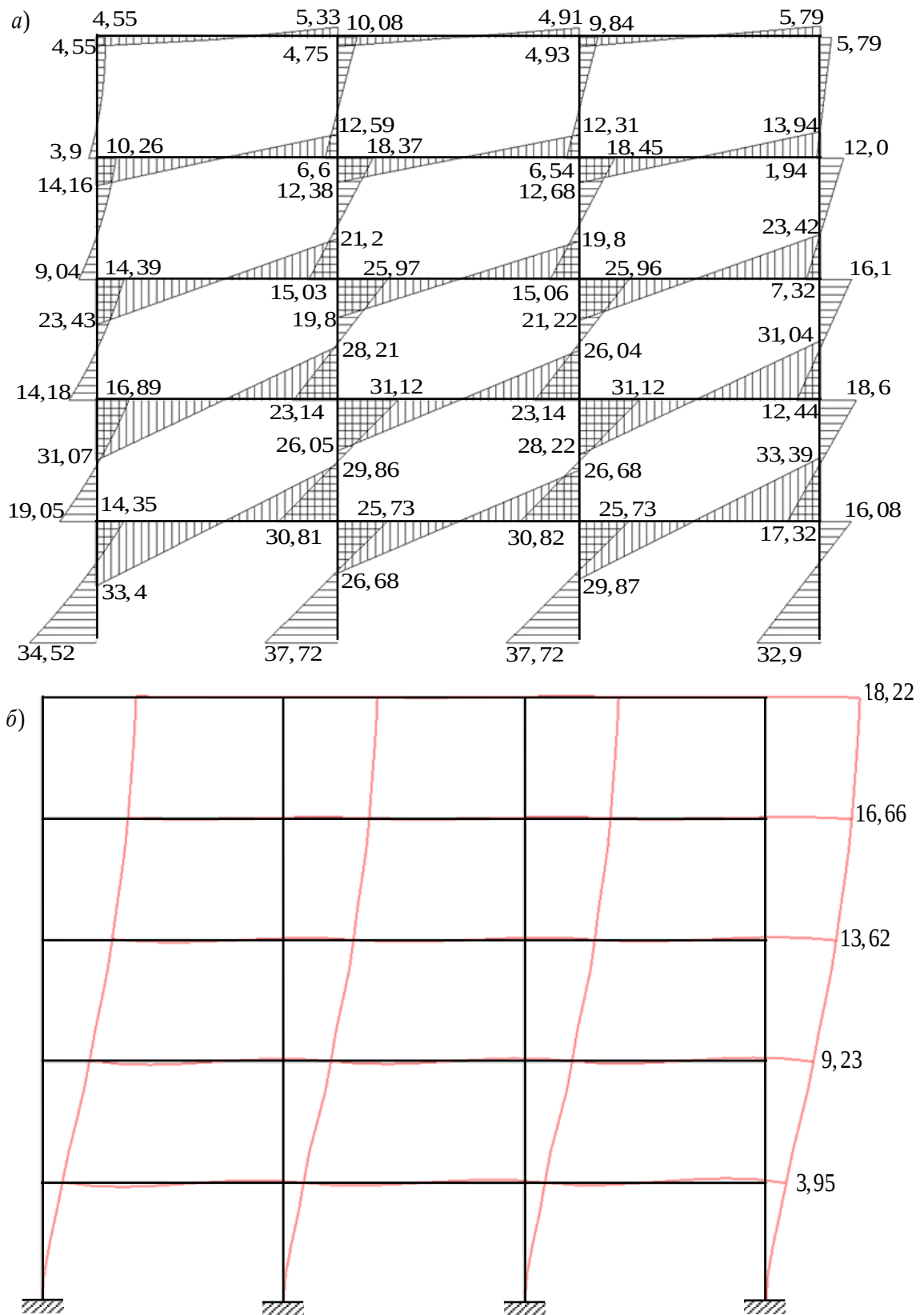


Рисунок 3.9 – Результаты расчета незащищенной рамы

а – эпюра амплитуд динамических изгибающих моментов (кН·м);

б – схема деформаций (горизонтальные перемещения в мм)

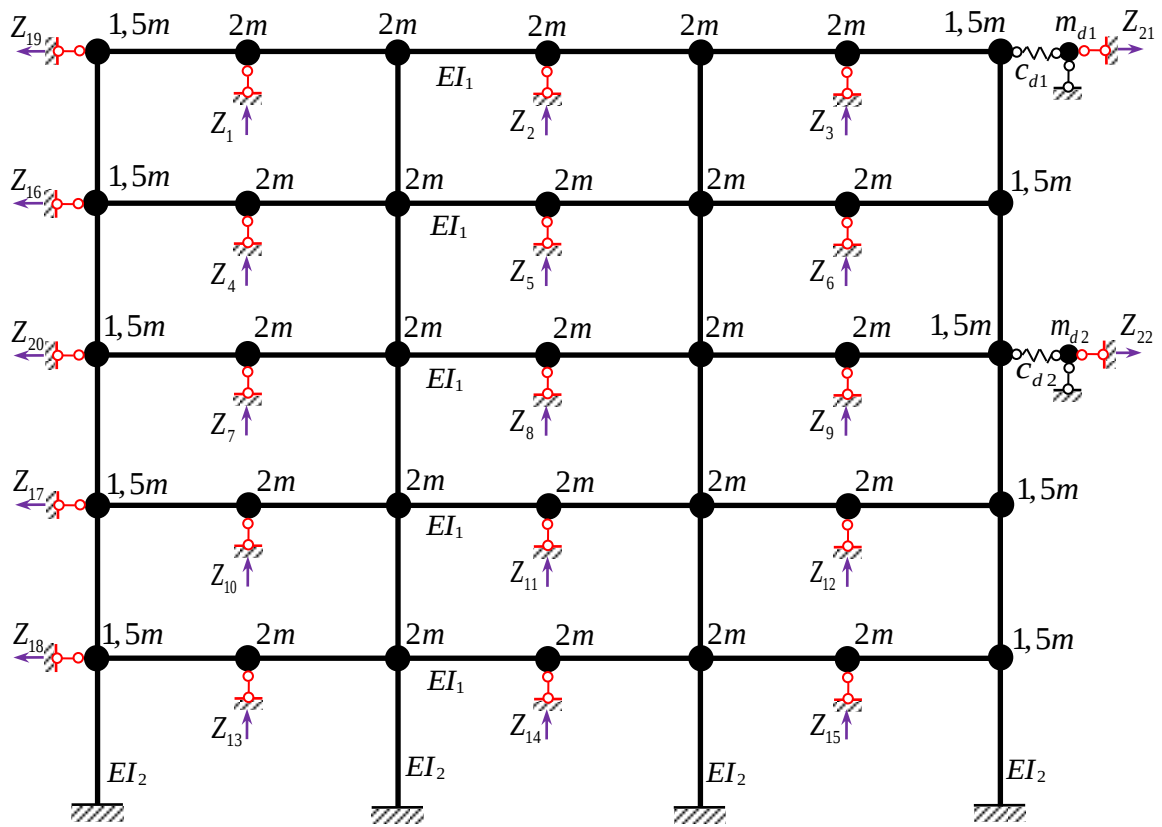


Рисунок 3.10 – Расчетная модель рамы с группой ДГК
(для формирования матрицы жесткости)

Эпюра амплитуд динамических изгибающих моментов для рамы с указанными выше характеристиками показана на рисунке 3.11, а, схема ее деформаций с указанием горизонтальных перемещений – на рисунке 3.11, б. Видно, что применение ДГК существенно снижает изгибающие моменты и перемещения в сравнении с незащищенной конструкцией. Задавая другие условия регулирования, можно обнаруживать еще более удачные распределения параметров НДС с соответствующими иными характеристиками гасителей. Так, при $\langle y_{19}^r \rangle = 0$ и $\langle y_{20}^r \rangle = 0,05 \text{ мм}$, в случае сохранения значений масс из предыдущего варианта, получаются новые значения параметров жесткости ДГК: $c_{d1} = 54,75 \text{ кН/м}$; $c_{d2} = 54,9 \text{ кН/м}$. Результаты расчетов регулирования показаны на рисунке 3.12.

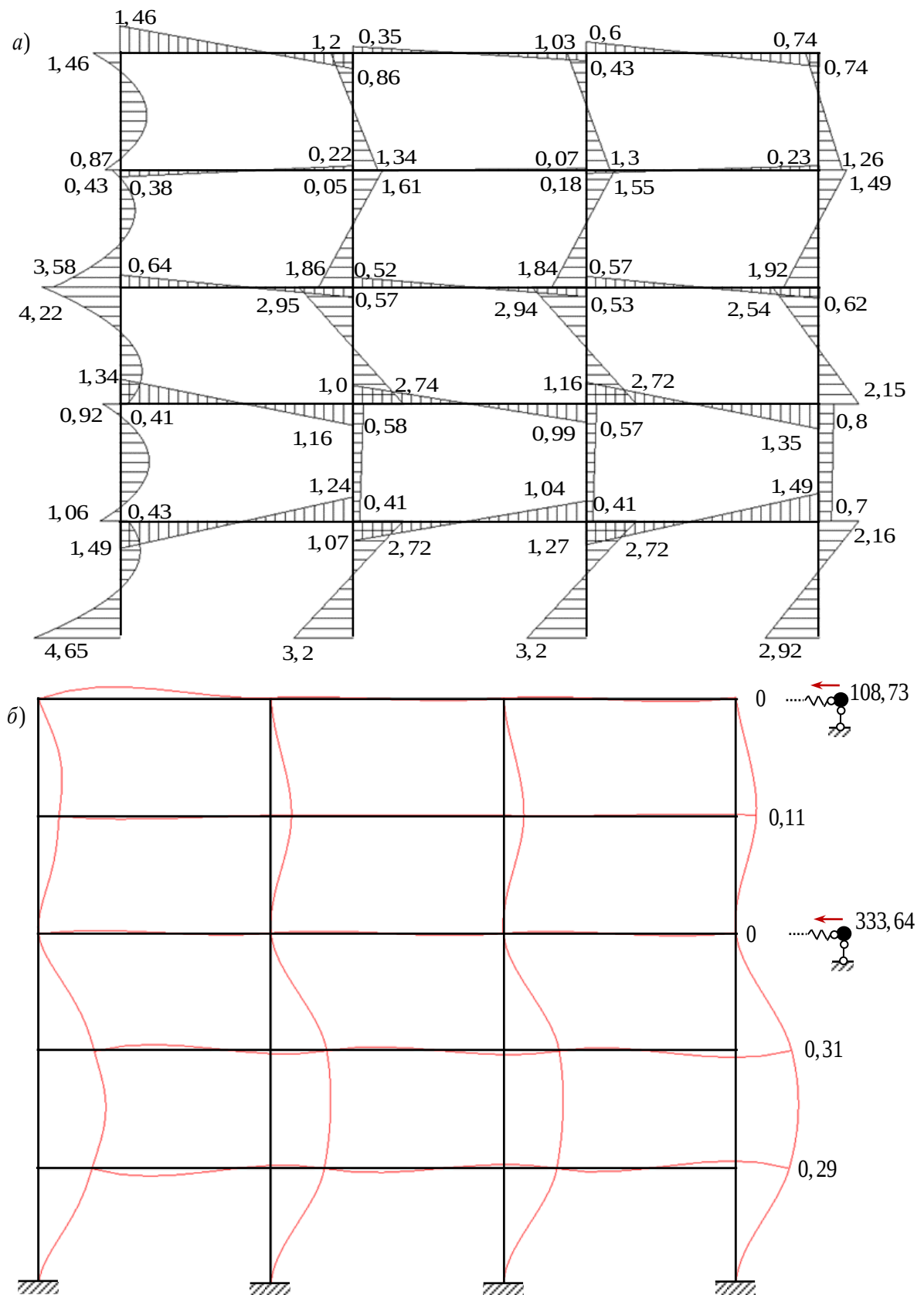


Рисунок 3.11 – Результаты расчета рамы защищенной группой ДГК,

$$\text{при } \langle y'_{19} \rangle = 0; \langle y'_{20} \rangle = 0$$

а – эпюра динамических изгибающих моментов (кН·м) в раме;

б – схема деформаций (горизонтальные перемещения в мм)

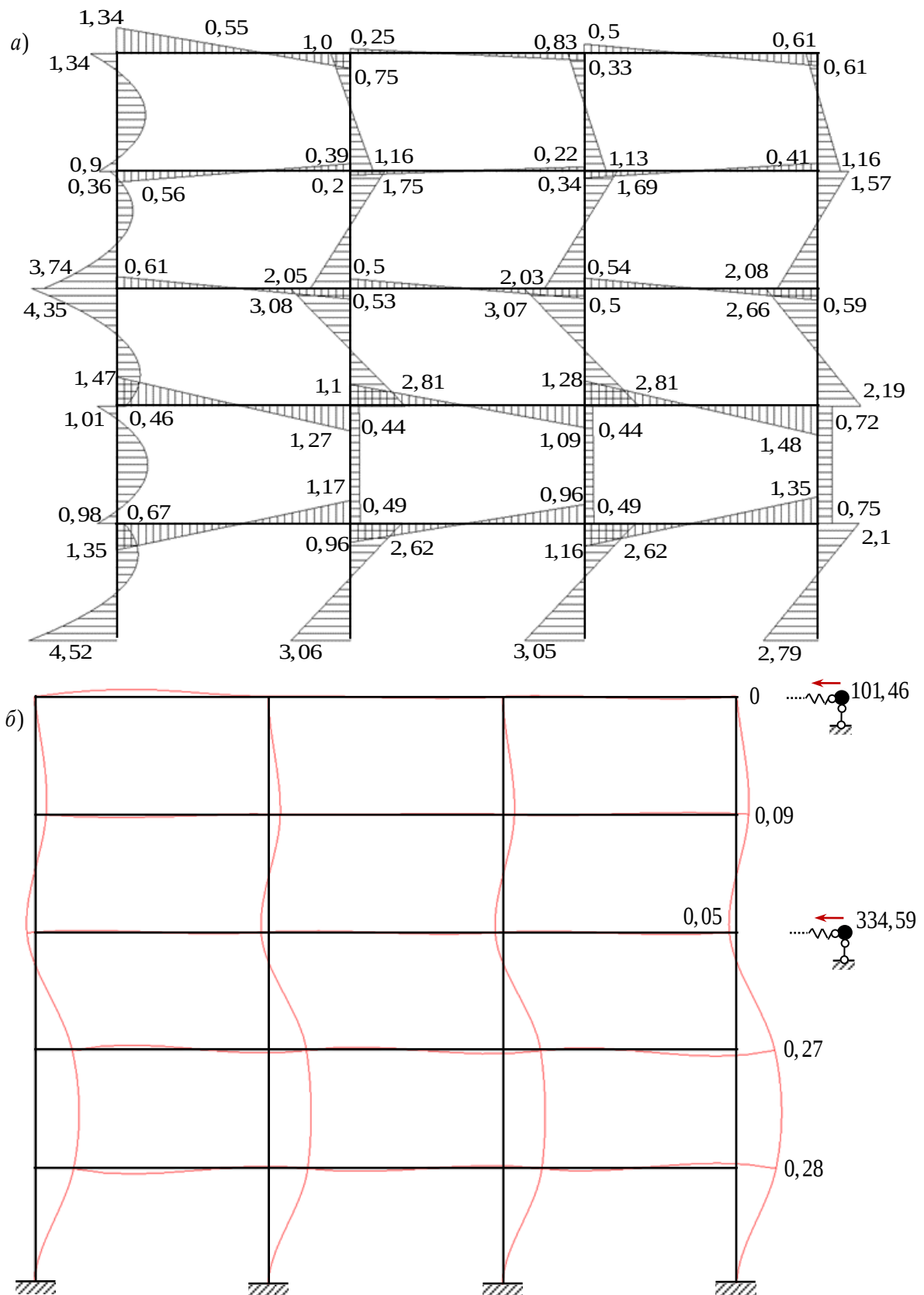


Рисунок 3.12 – Результаты расчета рамы, защищенной группой ДГК,

при $\langle y_{19}^r \rangle = 0$; $\langle y_{20}^r \rangle = 0,05$ мм

а – эпюра динамических изгибающих моментов (кН·м) в раме;

б – схема деформаций (горизонтальные перемещения в мм)

Необходимо отметить, что предложенные методики регулирования динамического НДС системы можно применять не только к плоским стержневым системам, но и к пространственным.

Таким образом, в п.3.1.1 и 3.1.2 дано решение задачи об определении характеристик комплекса ДГК как регуляторов динамического НДС деформируемой системы с конечным числом степеней свободы при вибрационных нагрузках. Получены в виде, удобном для практического использования, зависимости для определения масс и жесткостей гасителей, обеспечивающих выполнение установленных требований по перемещениям точек конструкции. Предложенный метод регулирования динамического НДС системы позволяет рассчитывать и оптимизировать параметры ДГК по задаваемым (требуемым) значениям параметров НДС.

3.2. Оценка влияния регулирования гармонически нагруженных систем динамическими гасителями колебаний на надежность

Улучшение НДС системы (снижение усилий, перемещений, напряжений и т.д.) приводит к повышению ее надежности как по частным критериям работоспособности, так и в целом для системы. Таким образом, при регулировании динамического НДС системы с помощью группы ДГК, можно естественным образом регулировать ее надежность, используя в соответствующем расчете предложенный в п.3.1. метод.

На примере невесомой балки с двумя сосредоточенными массами, нагруженной равномерно распределенной гармонической нагрузкой (рисунок 3.13, а), оценим влияние регулирования динамического НДС системы с помощью комплекса ДГК на ее надежность. Заданы: $m_1 = 1000$ кг, $m_2 = 2000$ кг, $a = 1$ м; $q = 20$ кН/м, $\omega_F = 90$ с⁻¹, $EI = 22500$ кН·м².

Результаты расчета перемещений масс, точек A , B и их динамические коэффициенты (ДК) приведены в таблице 3.3, а эпюры изгибающих моментов – на рисунке 3.13, б, в.

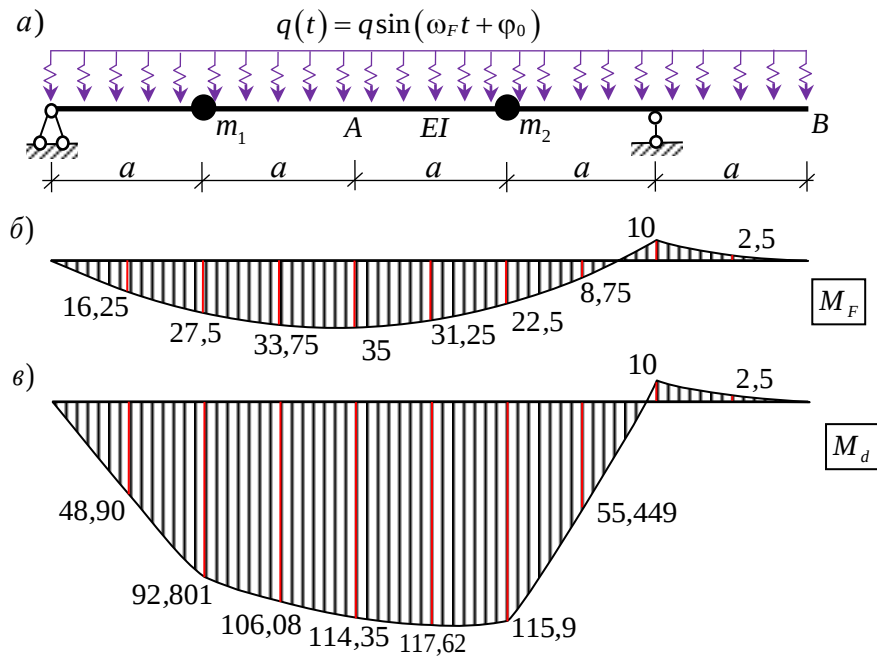


Рисунок 3.13 – Расчетная модель (а); изгибающие моменты от условно статической амплитудной гармонической нагрузки (б); амплитуды динамических изгибающих моментов (в)

Таблица 3.3 – Результаты расчета перемещений для системы, показанной на рисунке 3.13, а

Точки	y_{st} (м)	y_{dyn} (м)	ДК
1	0,001833	0,006327	3,45
2	0,001722	0,006633	3,85
A	0,002519	0,008984	3,57
B	-0,00167	-0,007269	4,36

Заметим, что при динамическом нагружении перемещения и усилия увеличиваются более чем в 3 раза в сравнении с соответствующими статическими. Для улучшения НДС системы применяем два ДГК, установленные в местах максимальных динамических перемещений (т. А, В) – см. рисунок 3.14, а.

Подбор параметров гасителей произведен по приведенному в п 3.1.1 алгоритму при требовании равенства нулю перемещений в местах крепления гасителей (т. А $\langle \Delta_5^r \rangle = 0$ и т. В $\langle \Delta_6^r \rangle = 0$). При этом по (3.15) получены условия связи параметров – $G_{d,3} = 0$; $G_{d,4} = 0$. В расчете использовались следующие характеристики гасителей: $m_{d3} = 250 \text{ кг}$; $c_{d3} = 2025 \text{ кН/м}$; $m_{d4} = 250 \text{ кг}$;

$c_{d4} = 2025 \text{ кН/м}$. Эпюра динамических моментов представлена на рисунке 3.14, б. Отметим, что их максимальные абсолютные величины существенно уменьшились – почти в 13 раз в сравнении с моментами в незащищенной балке.

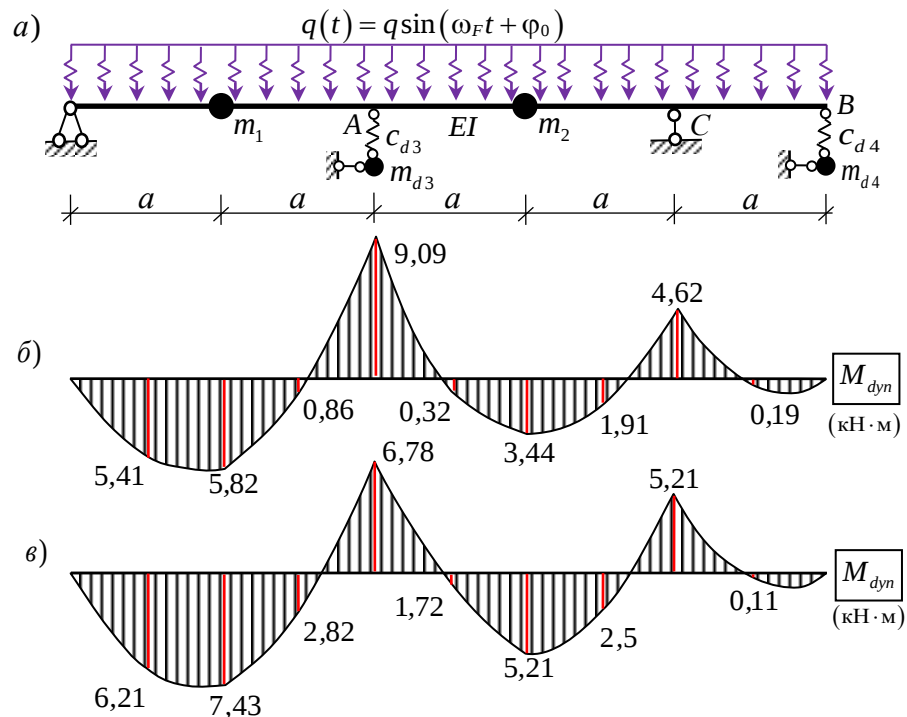


Рисунок 3.14 – Расчетная модель с ДГК (а); динамическая эпюра моментов при $\langle \Delta_5^r \rangle = 0$; $\langle \Delta_6^r \rangle = 0$ (б); $\langle \Delta_5^r \rangle = 0,0001588 \text{ м}$; $\langle \Delta_6^r \rangle = -0,0001076 \text{ м}$ (в)

При варьировании параметров регулирования можно подобрать такое сочетание, при котором распределение усилий будет еще лучше, что положительно скажется на показателях надежности и долговечности системы при многоцикловом нагружении – за счет уменьшения амплитуды динамической составляющей полных напряжений [184]. Так при $\langle \Delta_5^r \rangle = 0,0001588 \text{ м}$; $\langle \Delta_6^r \rangle = -0,0001076 \text{ м}$ получим $G_{d,3} = 3,437 \cdot 10^{-6}$; $G_{d,4} = -2,2464 \cdot 10^{-5}$ и соответственно следующие параметры гасителей $m_{d3} = 250 \text{ кг}$; $c_{d3} = 2011 \text{ кН/м}$; $m_{d4} = 250 \text{ кг}$; $c_{d4} = 2121,51 \text{ кН/м}$. Эпюра динамических моментов, соответствующая данным параметрам гасителей, представлена на рисунке 3.14, в. Максимальный изгибающий момент в системе уменьшился. Для подбора оптимальных параметров гасителей можно использовать аппарат построения аутформ [1, 122] по данным рисунка 3.15.

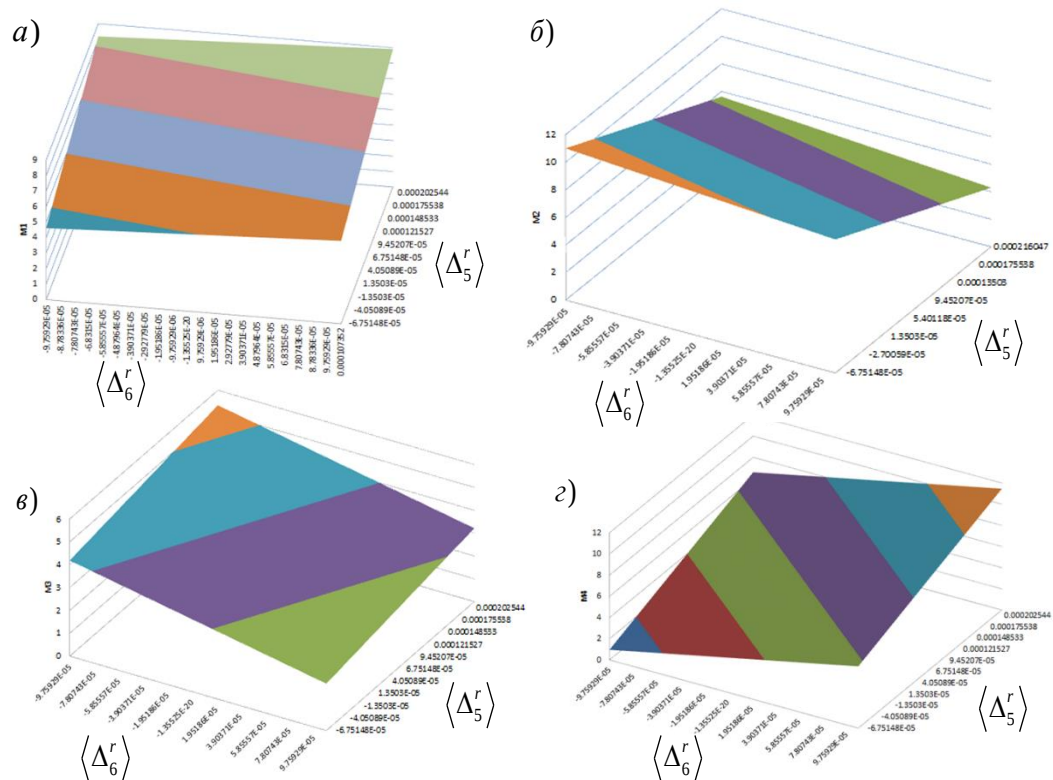


Рисунок 3.15 – Поверхности динамических моментов в зависимости от условий регулирования $\langle \Delta_5^r \rangle$, $\langle \Delta_6^r \rangle$ для расчетных сечений m_1 (а), т. А (б), m_2 (в), т. С (г)

Отметим, что использование алгоритма, изложенного в п 3.1.2, дает те же самые результаты. Расчетная модель для формирования матрицы динамической жесткости представлена на рисунке 3.16. Для отыскания элементов матрицы $[r]$ поочередно задавалось единичное значение основным неизвестным, при остальных фиксированных нулевых перемещениях, и определялись соответствующие реакции, при этом использовался ПК SCAD.

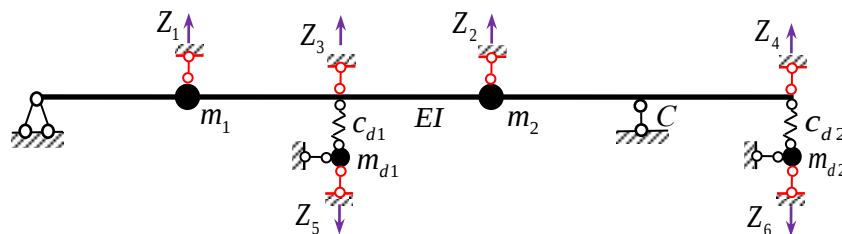


Рисунок 3.16 – Расчетная модель для формирования матрицы динамической жесткости

Получена следующая матрица жесткости (кН/м) по направлениям перемещений Z :

$$[r] = \begin{bmatrix} 222200,94 & 93014,35 & -213803,82 & 3875,6 & 0 & 0 \\ 93014,35 & 315215,3 & -237057,41 & 58133,97 & 0 & 0 \\ -213803,82 & -237057,41 & 315215,3+c_{d1} & -15502,39 & c_{d1} & 0 \\ 3875,6 & 58133,97 & -15502,39 & 36172,25+c_{d2} & 0 & c_{d2} \\ 0 & 0 & c_{d1} & 0 & c_{d1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{d2} & 0 & c_{d2} \end{bmatrix}.$$

Если потребовать $\langle y_3^r \rangle = 0$; $\langle y_4^r \rangle = 0$ и принять $m_{d1} = 250 \text{ кг}$ и $m_{d2} = 250 \text{ кг}$, то на основании (3.21) получим $c_{d1} = 2025 \text{ кН/м}$; $c_{d2} = 2025 \text{ кН/м}$, а при $\langle y_3^r \rangle = 0,1588 \text{ мм}$; $\langle y_4^r \rangle = -0,1076 \text{ мм}$ и массах гасителей $m_{d1} = 250 \text{ кг}$; $m_{d2} = 250 \text{ кг}$ находим следующие жесткости гасителей: $c_{d1} = 2011 \text{ кН/м}$; $c_{d2} = 2121,51 \text{ кН/м}$, что полностью совпадает с результатами, полученными выше.

Расчет надежности выполнен по методике, изложенной в п. 2.3. В качестве расчетных условий работоспособности системы использовались ограничения максимального изгибающего динамического момента $M_d \leq [M]$ в расчетных сечениях ($\bar{R}_M = [M] = 140 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $\bar{Q}_M = \bar{M}_d(x_i)$) – первый критерий, и максимальных динамических перемещений характерных точек системы $y_d < [y]$ ($\bar{R}_y = [y] = 0,01 \text{ м}$, $\bar{Q}_y = \bar{y}_d(x_i)$) – второй критерий.

Результаты расчета надежности и вероятности отказа для незащищенной системы (рисунок 3.13, а) приведены в таблице 3.4. Расчет производился при следующих вероятностных характеристиках: $\bar{m}_1 = 1000 \text{ кг}$; $A_{m_1} = 0,03$; $\bar{m}_2 = 2000 \text{ кг}$; $A_{m_2} = 0,02$; $\bar{EI} = 22500 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$; $A_{EI} = 0,04$; $\bar{q} = 20 \text{ кН/м}$; $A_q = 0,06$; $\bar{\omega}_F = 90 \text{ с}^{-1}$; $A_{\omega_F} = 0,01$. Все входные случайные параметры приняты нормально распределенными. Вероятностные характеристики выходных параметров определялись по методу статистической линеаризации (МСЛ).

Таблица 3.4 – Характеристики НДС и результаты расчета надежности для системы, показанной на рисунке 3.13, а

По первому критерию						
$x_i, \text{ м}$	$\bar{M}_{dyn}, \text{ кН} \cdot \text{м}$	$\bar{S}, \text{ кН} \cdot \text{м}$	$\hat{S}, \text{ кН} \cdot \text{м}$	β_s	P_s	P_f
0,5	48,900	91,0996	4,3316	21,0314	~1	~0
1	92,801	47,1991	8,4629	5,5772	0,999999	$1,222 \cdot 10^{-8}$
1,5	106,075	33,9247	9,5051	3,5691	0,999821	0,0001791
2	114,350	25,6502	10,3629	2,4752	0,993342	0,0066582
2,5	117,624	22,3758	11,0387	2,0270	0,978670	0,0213298
3	115,899	24,1014	11,5492	2,0868	0,981548	0,0184515
3,5	55,449	84,5507	5,6856	14,8711	~1	~0
4	-10,000	130,0000	0,6000	216,6666	~1	~0
4,5	-2,500	137,5000	0,1500	916,6666	~1	~0
Суммарная вероятность отказа P_{f1}						0,04595
По второму критерию						
Точки	$\bar{y}_{dyn}, \text{ м}$	$\bar{S}, \text{ м}$	$\hat{S}, \text{ м}$	β_s	P_s	P_f
1	0,00633	0,003673	0,000584	6,289054	~1	~0
2	0,00663	0,003367	0,000628	5,359272	~1	~0
A	0,00898	0,001016	0,000748	1,358642	0,912870	0,087130
B	-0,00727	0,002731	0,000649	4,209778	0,999987	0,000013
Суммарная вероятность отказа P_{f2}						0,08714

Согласно данным таблицы 3.4 суммарная вероятность отказа по поликритериальным условиям безотказности составляет $P_f = P_{f1} + P_{f2} = 0,13309$, что по [202] недопустимо.

Результаты расчета надежности и вероятности отказа для системы с ДГК (рисунок 3.14, а) при разных параметрах регулирования приведены в таблицах 3.5 и 3.6. Расчет производился с учетом ранее описанных вероятностных характеристик исходной системы; для гасителей принято: $A_{m_{d3}} = 0,001$; $A_{c_{d3}} = 0,001$; $A_{m_{d4}} = 0,001$; $A_{c_{d4}} = 0,001$.

МО параметров ДГК при $\langle \Delta_5^r \rangle = 0$; $\langle \Delta_6^r \rangle = 0$ – $\bar{m}_{d3} = 250 \text{ кг}$, $\bar{c}_{d3} = 2025 \text{ кН/м}$,
 $\bar{m}_{d4} = 250 \text{ кг}$, $\bar{c}_{d4} = 2025 \text{ кН/м}$; при $\langle \Delta_5^r \rangle = 0,0001588 \text{ м}$, $\langle \Delta_6^r \rangle = -0,0001076 \text{ м}$ –
 $\bar{m}_{d3} = 250 \text{ кг}$; $\bar{c}_{d3} = 2011 \text{ кН/м}$; $\bar{m}_{d4} = 250 \text{ кг}$; $\bar{c}_{d4} = 2021,51 \text{ кН/м}$.

Результаты расчета надежности для системы с гасителем при разных условиях регулирования практически не отличаются. Это связано с очень высокой надежностью, полученной за счет эффективной работы гасителей. Для оценки эффекта от подбора оптимальных для системы параметров гасителей необходимо использовать показатели НДС или вероятности отказа.

Таблица 3.5 – Характеристики НДС и результаты расчета надежности для системы, показанной на рисунке 3.14, а, при $\langle \Delta_5^r \rangle = 0$ и $\langle \Delta_6^r \rangle = 0$

По первому критерию						
$x_i, \text{ м}$	$\bar{M}_{dyn}, \text{ кН} \cdot \text{м}$	$\bar{S}, \text{ кН} \cdot \text{м}$	$\hat{S}, \text{ кН} \cdot \text{м}$	β_s	P_s	P_f
0,5	5,408	134,592	3,064	43,922	~1	~0
1	5,815	134,185	6,104	21,982	~1	~0
1,5	0,861	139,139	7,678	18,121	~1	~0
2	-9,094	130,906	9,278	14,109	~1	~0
2,5	-0,325	139,675	5,318	26,265	~1	~0
3	3,445	136,555	1,390	98,211	~1	~0
3,5	1,913	138,087	4,607	29,976	~1	~0
4	-4,620	135,380	10,587	12,788	~1	~0
4,5	0,190	139,810	5,292	26,421	~1	~0
Суммарная вероятность отказа P_{f1}						~0
По второму критерию						
Точки	$\bar{y}_{dyn}, \text{ м}$	$\bar{S}, \text{ м}$	$\hat{S}, \text{ м}$	β_s	P_s	P_f
1	0,000090	0,00991	0,0001813	54,665	~1	~0
2	0,000037	0,00996	0,0001344	74,144	~1	~0
А	0	0,01000	0,0001429	69,983	~1	~0
В	0	0,01000	0,0000968	103,288	~1	~0
Суммарная вероятность отказа P_{f2}						~0

Согласно данным таблицы 3.5 суммарная вероятность отказа по поликритериальным условиям безотказности составляет $P_f = P_{f1} + P_{f2} \approx 0$, что соответствует почти абсолютной надежности.

Таблица 3.6 – Результаты расчета надежности для системы, показанной на рисунке 3.14, а, по первому критерию при $\langle \Delta_5^r \rangle = 0,0001588$; $\langle \Delta_6^r \rangle = -0,0001076$

По первому критерию						
$x_i, \text{ м}$	$\bar{M}_{dyn}, \text{ кН} \cdot \text{м}$	$\bar{S}, \text{ кН} \cdot \text{м}$	$\hat{S}, \text{ кН} \cdot \text{м}$	β_s	P_s	P_f
0,5	6,213	133,787	3,544	37,754	~1	~0
1	7,427	132,573	7,062	18,772	~1	~0
1,5	2,825	137,175	9,118	15,044	~1	~0
2	-6,777	133,223	11,193	11,902	~1	~0
2,5	1,719	138,281	3,870	35,728	~1	~0
3	5,215	134,785	3,498	38,533	~1	~0
3,5	2,502	137,498	11,829	11,624	~1	~0
4	-5,211	134,789	20,187	6,677	~1	~0
4,5	-0,106	139,894	10,092	13,861	~1	~0
Суммарная вероятность отказа P_{f1}						~0
По второму критерию						
Точки	$\bar{y}_{dyn}, \text{ м}$	$\bar{S}, \text{ м}$	$\hat{S}, \text{ м}$	β_s	P_s	P_f
1	$1,17354 \times 10^{-5}$	0,0097987	0,0001816	53,952	~1	~0
2	$4,33681 \times 10^{-9}$	0,0098507	0,0001346	73,158	~1	~0
A	$4,08961 \times 10^{-6}$	0,0098412	0,0001432	68,719	~1	~0
B	$-2,1315 \times 10^{-6}$	0,0098924	0,0000970	101,949	~1	~0
Суммарная вероятность отказа P_{f2}						~0

Суммарная вероятность отказа по условиям ограничений изгибающих моментов и перемещений: $P_f = P_{f1} + P_{f2} \approx 0$.

Сравнение полученных значений надежности исходной системы и системы с комплексом ДГК показывает, что постановка гасителей колебаний существенно увеличивает надежность по предъявляемым требованиям [202]. Кроме рассмотренных критериев работоспособности, для данной задачи актуальным является определение надежности и долговечности по условию обеспечения усталостной прочности материала.

Применение комплекса ДГК существенно улучшает динамическое НДС системы с конечным числом степеней свободы и, как следствие, повышает надежность по расчетным критериям безотказности.

3.3. Оптимизация по надежности параметров динамических гасителей колебаний при регулирования динамического напряженно-деформированного состояния системы

Отличительной особенностью применения ДГК является возможность его использования не только на этапе проектирования и возведения зданий и сооружений (например: Taibei 101 в Тайване, Citicorp Center в г. Нью-Йорк, SOCAR TAUER г. Баку и т.д.), но и после того, как объект построен и введен в эксплуатацию (например: «танцующий мост» в г. Волгограде). В зависимости от формы, размеров и особенностей конструктивной формы объекта и вида воздействия для улучшения динамического НДС системы может быть необходимо использовать не одиночные ДГК, а комплекс (набор) гасителей, что позволит значительно улучшить распределение усилий в системе и повысить ее надежность, что показано в п. 3.1-3.3. Однако, в этом случае, актуальным становится вопрос подбора рациональных (и возможно оптимальных) параметров комплекса ДГК – их количества, местоположения, массы и жесткости для каждого гасителя. В зависимости от поставленной задачи и требований, предъявляемых к динамическому НДС конструкций (ограничение динамических напряжений, усилий, перемещений и т.д.) необходимо использовать разные алгоритмы расчета. Одним из важных критериев, по которому можно оценить подобранный комплекс ДГК, является надежность, так как она отражает общее состояние конструкции [124].

Возможны две постановки задачи регулирования динамического НДС сооружений с помощью комплекса ДГК:

1. Регулирование динамического НДС системы с помощью комплекса ДГК предусмотрено на стадии проектирования сооружения (допускается изменение собственных характеристик системы, возможно снижение материалоемкости).

2. Рассматривается задача регулирования динамического НДС системы с помощью комплекса ДГК для уже существующего сооружения (изменение собственных характеристик системы не допускается, но имеется возможность

снижения уровня значений параметров динамического НДС системы и повышения ее надежности за счет регулирования).

В зависимости от постановки задачи, при поиске оптимальных значений параметров рассматриваемой системы могут применяться различные варианты целевых функций (ЦФ), критериев оптимальности и ограничений. При оптимизации по надежности возможны два варианта постановки задачи оптимизации:

1. В качестве ЦФ $f(X)$ принимается вероятность отказа системы $f = P_f$, и тогда отыскивается минимум ЦФ $f(X) \rightarrow \min_X$, или в качестве ЦФ принимается надежность $f = P_s$ системы, тогда отыскивается максимум ЦФ $f(X) \rightarrow \max_X$.

2. Требования по необходимому уровню надежности (или допустимой вероятности отказа) входят в ограничения $g(x) \leq 0$, а ЦФ – ресурсоемкость (расход материала (объем), стоимость и т.п.).

Варьируемыми параметрами $X\{X_1 X_2 \dots X_n\}$ в задаче оптимизации по надежности могут являться: геометрические характеристики системы (жесткости элементов их длины и т.д.), массы системы, нагрузки и параметры комплекса ДГК (число гасителей, масса и жесткость каждого гасителя, места их расположения, параметры регулирования). Наиболее сильным варьируемым параметром является количество ДГК.

Также возможны комбинации целевых функций, где надежность / вероятность отказа определяется по различным критериям безотказности (см. п. 2.2), то есть поликритериальная оптимизация.

При решении задачи оптимизации по надежности системы с возможностью изменения собственных характеристик системы возникает естественное противоречие, например: стремление снизить объем материала V конструкции (корректно запроектированной) для более эффективного его использования будет приводить, как правило, к снижению запасов прочности конструкции и,

следовательно, к уменьшению ее надежности. Поэтому при решении такой задачи необходимо использовать несколько вариантов целевой функции и критериев качества. В общем виде постановку такой многокритериальной задачи можно представить, например, в виде: найти такой вектор $X \{x_1 x_2 \dots x_n\} \in \Omega \{X: g(X) \leq 0\}$, чтобы $V = f_1(X) \rightarrow \min_X$, а $P_s(X) = f_2(X) \rightarrow \max_X$. Задача оптимизации, в этом случае, является условной, так как присутствуют дополнительные ограничения.

В случае, когда изменение собственных характеристик системы не допускается (варьируются только параметры комплекса ДГК), решается задача безусловной оптимизации, так как ограничения сходят в целевую функцию, и ищется минимум или максимум ЦФ.

Процедура вычисления надежности является достаточно трудоемкой. Как правило, определение вероятностных характеристик выходных параметров системы для реальных объектов осуществляется приближенными методами (МСИ или МСЛ) см. п.1.3. При этом для задач с большим числом учитываемых параметров целесообразно использовать именно МСИ, так как получение аналитических выражений выходных параметров, необходимых для МСЛ, может быть затруднительным. Использование МСИ, для получения качественного результата, требует большого числа перерасчетов (более 10 тыс.), что для больших многопараметрических систем может вызывать вычислительные проблемы и требовать больших временных затрат. Поэтому прежде чем проводить оптимизацию по надежности целесообразным является предварительно осуществить поиск рациональной области значений параметров, при которых значения амплитуд параметров динамического НДС системы будут близки к минимально возможным значениям, так как снижение уровня амплитуд параметров динамического НДС регулируемой системы приводит к увеличению надежности. При этом решение проводится в детерминистической постановке, то есть при математических ожиданиях для всех случайных параметров расчетной системы. После определения этой области уже решается задача оптимизации по надежности.

При оптимизации по надежности искомыми величинами являются параметры комплекса ДГК, которые удовлетворяют требуемому уровню надежности. Определение оптимального уровня надежности можно осуществлять по методикам, предложенным в [11, 103].

В качестве вариантов целевой функции для такой постановки задачи оптимизации параметров регулирования можно использовать:

- сумму абсолютных значений некоторого характерного параметра НДС системы $\sum |S_j|$ в расчетных точках (сечениях, элементах) $j = 1 \dots m$;
- максимальное абсолютное значение некоторого характерного параметра НДС системы $|S_j|_{\max}$;
- ресурсоемкость системы (материалоемкость, стоимость и др.). Для каждого из этих вариантов ставится задача поиска минимума ЦФ $f(X) \rightarrow \min_X$ при соответствующих варьируемых параметрах.

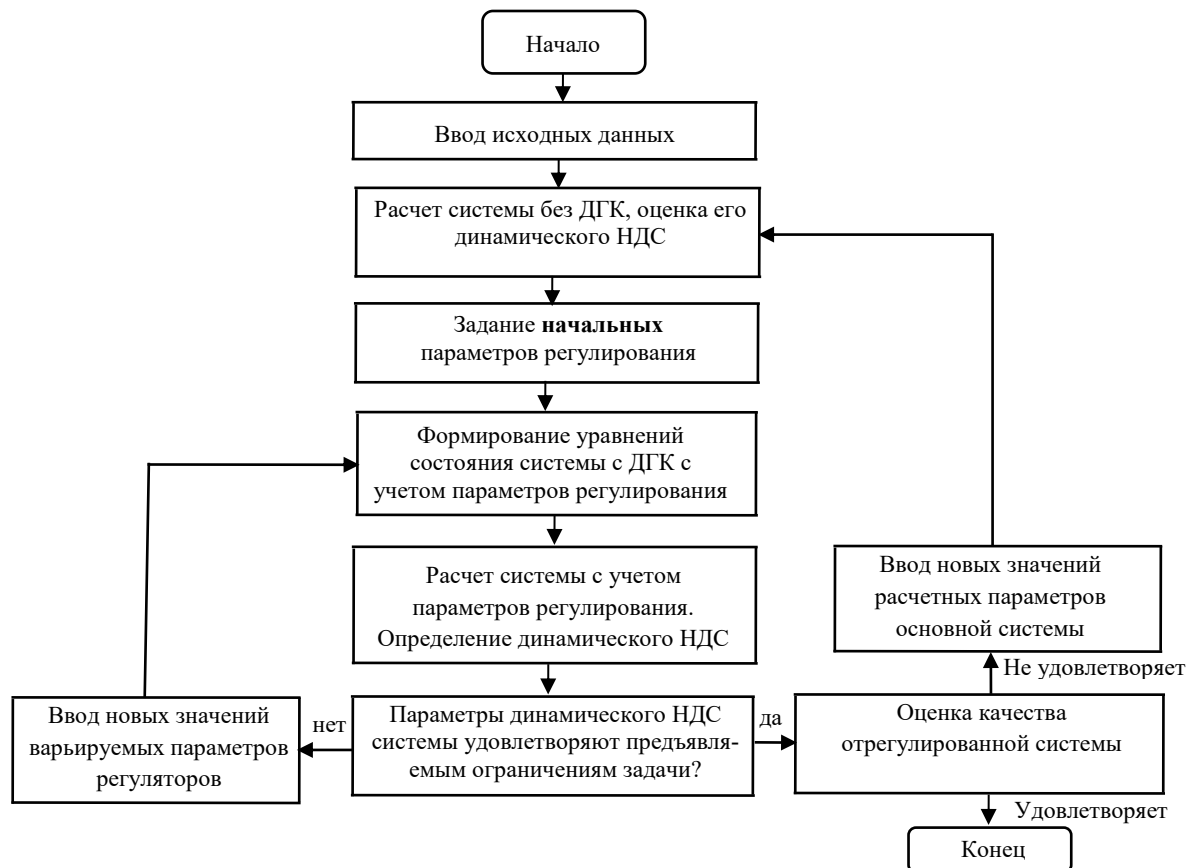


Рисунок 3.17 – Блок-схема к расчету системы с возможностью изменения собственных характеристик системы

Общий алгоритм поиска оптимальных параметров регулирования для систем с возможностью изменения собственных параметров системы в математических ожиданиях представлен на рисунке 3.17.

В случае, когда система уже существует и параметры системы менять нельзя, желаемый результат (снижение уровня значений параметров динамического НДС и повышение надежности системы до необходимого уровня) достигается только за счет изменения параметров комплекса ДГК. Процесс поиска оптимальных значений параметров комплекса ДГК в этом случае становится существенно проще, чем для первого варианта, так как варьируются только параметры гасителей. Решается безусловная задача оптимизации. Общий алгоритм расчета такой постановки задачи представлен на рисунке 3.18.

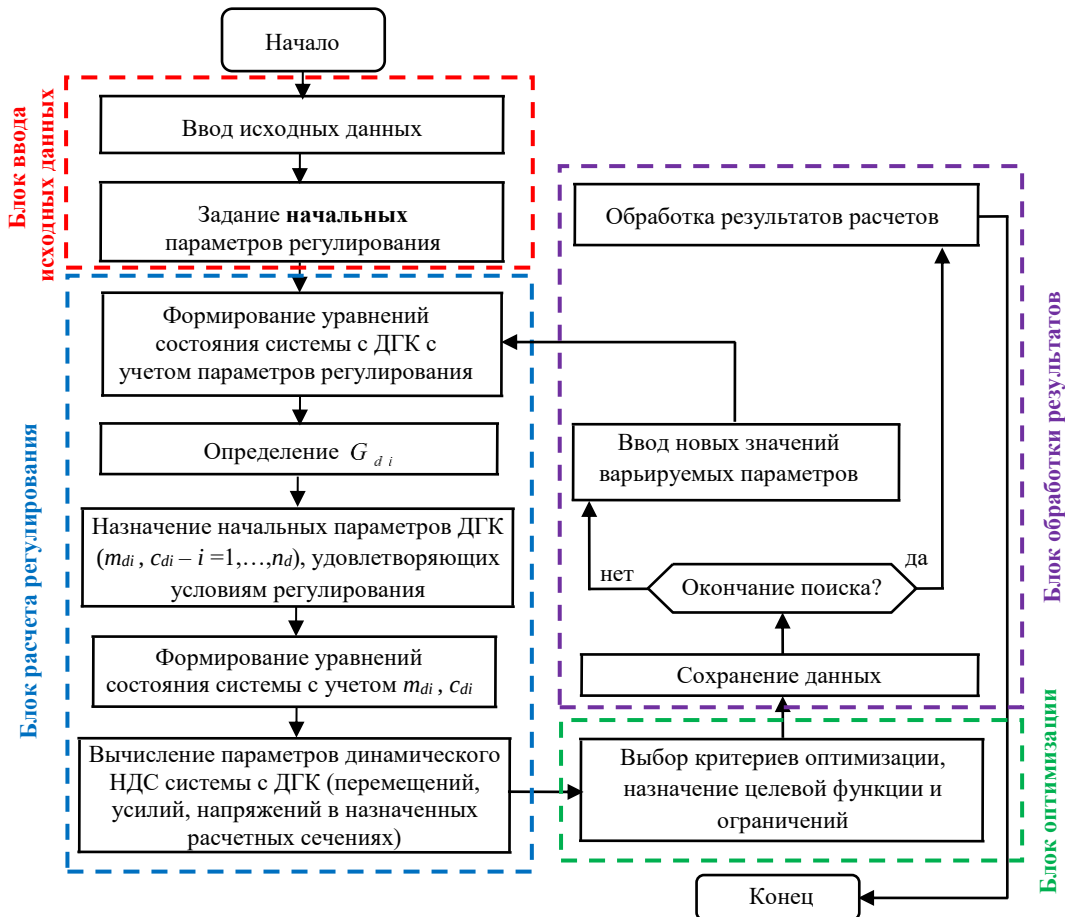


Рисунок 3.18 – Общая блок-схема расчета оптимальных параметров регуляторов по критерию улучшения НДС конструкции

Используем предложенный алгоритм (рисунок 3.18) на примере. Рассмотрим балку (рисунок 3.13, а) со следующими параметрами: $a=1$ м, $m_1=1000$ кг,

$m_2 = 2000$ кг, $q = 20$ кН/м, $\omega_F = 38,35 \text{ с}^{-1}$ ($0,9 \cdot \omega_1$), $EI = 3688$ кН·м². Необходимо найти оптимальные параметры для одиночного ДГК.

Перед началом регулирования динамического НДС системы с помощью ДГК и подбора оптимальных параметров групп одномассовых ДГК необходимо провести расчет исходной системы и оценить ее действительное состояние (динамическое НДС). На основании полученных данных определяются параметры системы, состояние которых нужно улучшить, исходя из этого назначаются первоначальные места, где необходимо расположить ДГК.

В качестве первой целевой функции примем минимум максимального значения усилий в назначенных расчетных сечениях системы (для балок рационально использовать модуль максимального изгибающего момента $\min |M_{\max}|$). В качестве второй целевой функции примем сумму абсолютных значений моментов $\min \sum |M_i|$ ($i=1, \dots, n$). Для поиска минимума ЦФ будем использовать метод сканирования по сетке.

Варьируемыми параметрами являются количество гасителей, место их расположения, масса и жесткость каждого гасителя, а также значения параметров регулирования ДГК.

Примем следующие значения варьируемых параметров: количество ДГК – 1; место постановки гасителя $z \in [1; 3]$ м (рисунок 3.19); параметр регулирования $\langle \Delta^r \rangle \in [-0,004; 0,004]$ м – перемещение в точке крепления ДГК; масса гасителя $m_d = 200$ кг; жесткость гасителя c_d зависит от массы ДГК и значения параметра регулирования по (3.15). Шаг постановки ДГК $\Delta z = 0,1$ м.

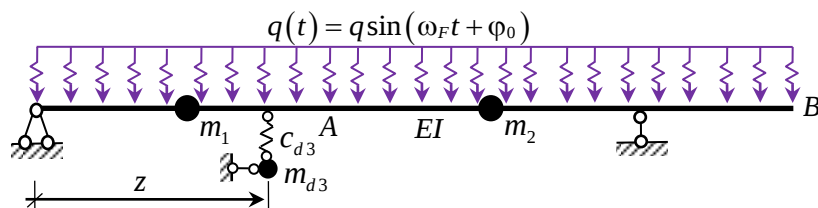


Рисунок 3.19 – Расчетная модель с ДГК

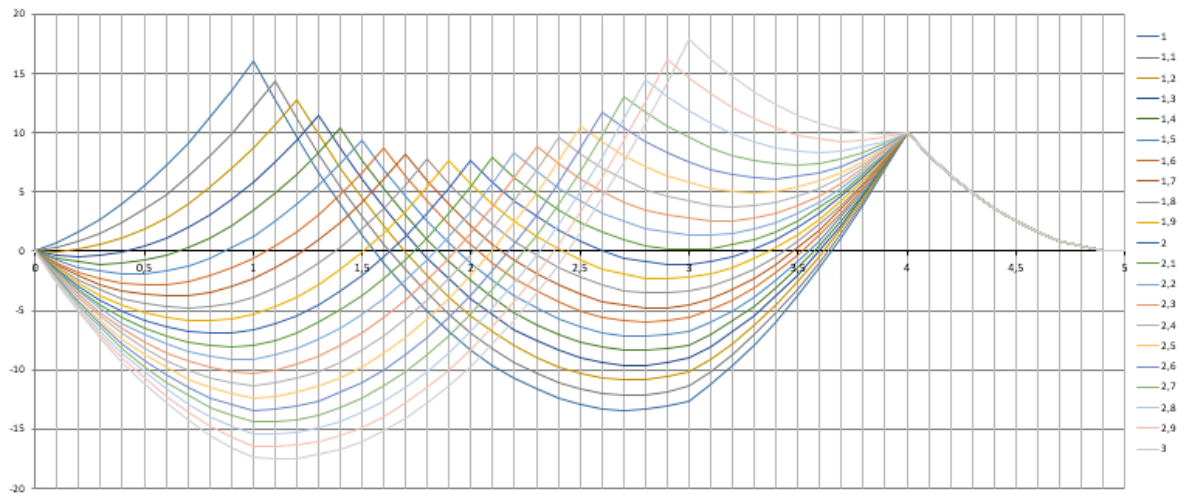


Рисунок 3.20 – Огибающие эпюр моментов
в зависимости от положения ДГК при $\langle \Delta^r \rangle = 0$

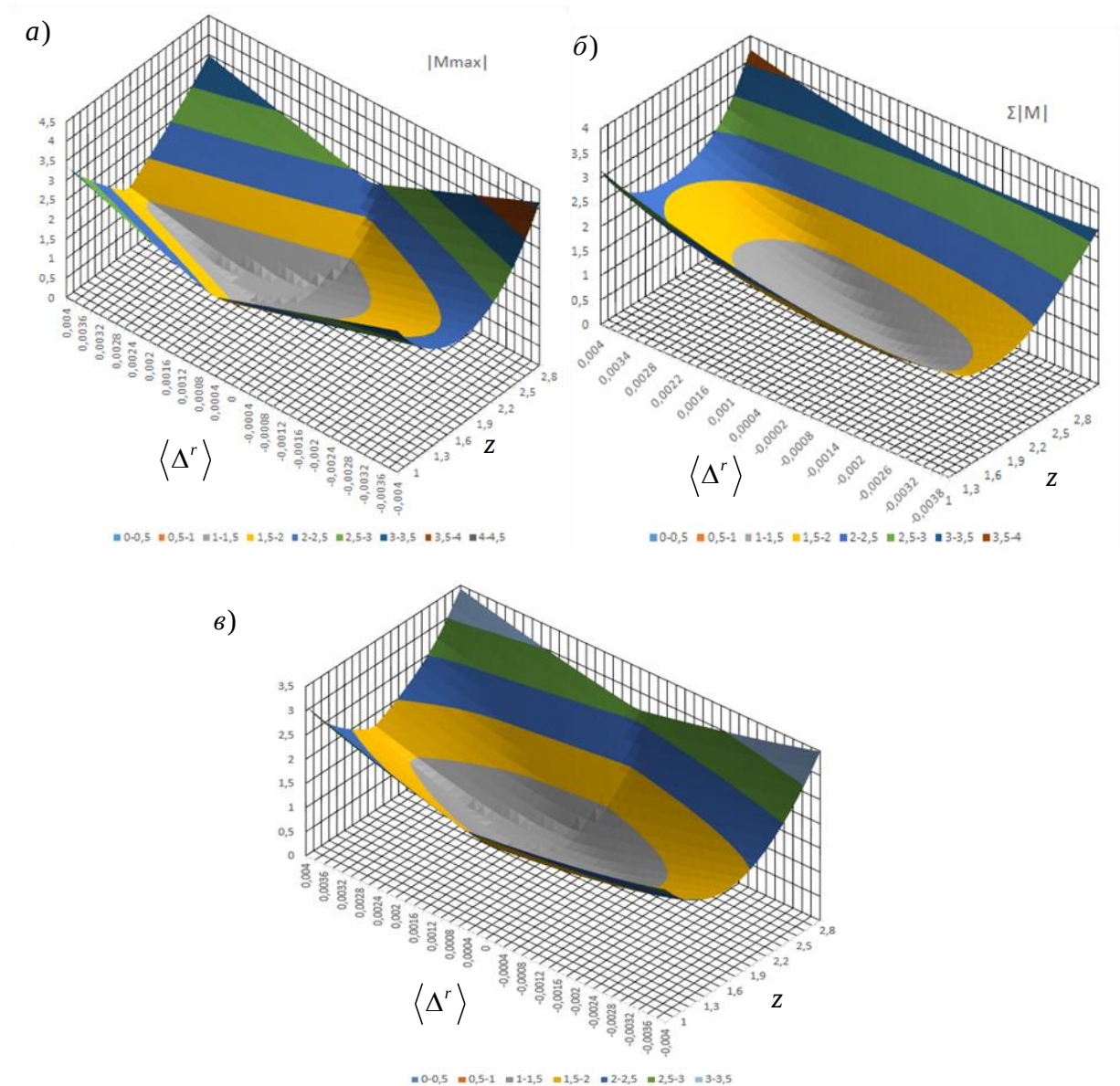


Рисунок 3.21 – Поверхности $|M_{\max}| / \min |M_{\max}|$ (а), $\Sigma |M| / \min \Sigma |M|$ (б)
и $(|M_{\max}| / \min |M_{\max}| + \Sigma |M| / \min \Sigma |M|) / \min (|M_{\max}| / \min |M_{\max}| + \Sigma |M| / \min \Sigma |M|)$ (в)

Огибающие эпюр изгибающих моментов в зависимости от координаты z (местоположения ДГК) при $\langle \Delta^r \rangle = 0$ представлены на рисунке 3.20, из него видно, что при постановке гасителя в средней части пролета балки изгибающие моменты меньше, чем при расположении гасителя у краев рассматриваемого интервала.

Для удобства оценки полученные поверхности (графики целевых функций) представим в безразмерном виде, поделив их ординаты на минимальные значения из каждого набора значений соответственно (рисунок 3.21).

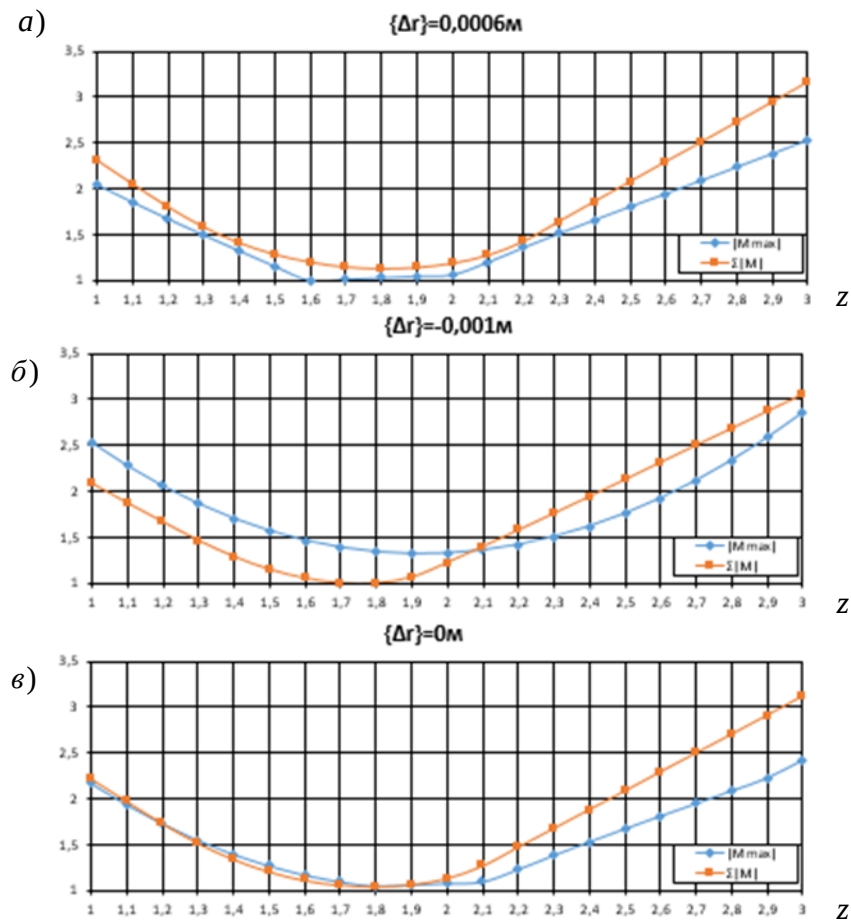


Рисунок 3.22 – Кривые $|M_{\max}| / \min|M_{\max}|$ и $\Sigma|M| / \min \Sigma|M|$ при разных $\langle \Delta^r \rangle$

Из рисунка 3.21, а, б видно, что каждая из поверхностей имеет точку минимума, на рисунке 3.22 показаны сечения данных поверхностей при разных значениях параметров регулирования. Первая целевая функция достигает минимума при $z = 1,6$ м (рисунок 3.22, а), а вторая при $z = 1,8$ м (рисунок 3.22, б). Минимумы этих целевых функций не совпадают как по положению гасителя, так и по параметру регулирования, следовательно, необходимо искать компромиссное решение при учете этих двух ЦФ или выбрать более значимую. Если же оценить

минимум суммы этих двух ЦФ (рисунок 3.21, в), то можно определить параметры гасителя, при которых будет получено оптимальное компромиссное решение (рисунок 3.22, в) $z = 1,8$ м, $\langle \Delta^r \rangle = 0$.

Таким образом, определены оптимальные параметры ДГК (в математических ожиданиях) для разных вариантов целевых функций. Область рационального поиска для оптимизации по надежности лежит в пределах оптимальных по различным ЦФ значений параметров ДГК. При учете большего числа варьируемых параметров предложенные выше алгоритмы также работают, только поиск необходимо осуществлять в многомерном пространстве и, следовательно, рациональным может быть использование более сложных методов поиска оптимума, например, метода штрафных функций и т.д.

3.4. Выводы по главе 3

Предложен метод для определения характеристик ДГК при использовании комплекса одномассовых динамических гасителей как регуляторов динамического НДС деформируемой системы с конечным числом степеней свободы при вибрационных нагрузках. Получены, в удобном для практического использования виде, зависимости (в аналитической форме) для вычисления значений масс и жесткостей гасителей, обеспечивающих выполнение изначально формулируемых требований к перемещениям точек системы.

Предложенный метод расчета регулирования динамического НДС инженерных систем (в том числе строительных конструкций, зданий, сооружений) позволяет рассчитывать и оптимизировать ДГК по их количеству, местам расположения и инерционно-жесткостным характеристикам; может использоваться в расчетах виброгашения различных линейно деформируемых систем (плоских, пространственных, стержневых, пластинчато-оболочечных, комбинированных), представленных моделями с сосредоточенными массами. Применение группы одномассовых ДГК позволяют существенно улучшить динамическое НДС системы при различных видах расположения гармонической нагрузки и положительно сказывается на надежности системы по комплексным критериям безотказности.

Глава 4. Приложения к решению инженерных задач расчета надежности конструкций с гасителями колебаний

4.1. Оценка влияния на надежность конструкции стохастической изменчивости параметров системы и гасителей при гармонических воздействиях

Поскольку принципиальным в рассматриваемой задаче расчета надежности гармонически нагруженной системы является наличие гасителя – регулятора динамического состояния объекта, то возникает потребность в оценке влияния отклонений характеристик регулятора, а также других параметров системы на ее надежность по назначенным критериям безотказности. Вероятностные характеристики конструкции, гасителя и нагрузки являются, по терминологии [175], параметрами проектирования, по-разному влияющими на параметры состояния системы и в конечном счете на вероятность ее отказа / надежность. Чувствительность показателей надежности к изменчивости различных входных параметров качественно может быть спрогнозирована на основании анализа их свойств [129]. Так, в задаче динамики линейно деформируемой системы амплитуда нагрузки линейно влияет на перемещения, усилия, напряжения. А собственные характеристики геометрии, жесткости и инерционности конструкции и гасителя нелинейно входят в уравнения динамического состояния системы, причем влияние некоторых из них проявляется слабо – например, соотношений жесткостей элементов конструкции (трактуя их как регуляторы состояния, можно убедиться в их слабой эффективности – [123]), а другие могут выступать в качестве сильных регуляторов – далее будет показано, что к таковым относятся в первую очередь характеристики гасителя.

В связи с этим ставятся следующие задачи – на основе сравнительного анализа чувствительности стохастических свойств параметров динамического напряженно-деформированного состояния (усилий, напряжений и др.) линейно деформируемых систем с динамическими гасителями колебаний к изменчивости основных расчетных характеристик конструкции, гасителя и гармонической

нагрузки выявить наиболее значимые из них; получить количественные оценки чувствительности для модельной стержневой системы; сформулировать рекомендации по учету вероятностных свойств расчетных параметров при оценке надежности динамически нагруженных сооружений и конструкций, защищаемых от вибраций гасителями рассматриваемого типа.

В реальных сооружениях и конструкциях строгое выполнение условия (2.16) невозможно из-за случайных отклонений от проектных значений частоты ω_F и параметров гасителя c_d и m_d . При произвольной случайной реализации параметров динамический расчет системы выполняется с использованием полной системы уравнений (2.13) – решением ее находятся амплитуды перемещений масс y , используемые затем для вычисления динамических компонентов напряженно-деформированного состояния конструкции (усилий, напряжений, перемещений, скоростей и др.) и реакции упругого элемента гасителя:

$$p = \sum_{k=1}^n p_k y_k; \quad R_d = c_d (y_n - y_d), \quad (4.1)$$

где p_k – значение величины p от $y_k = 1$.

В случае двух степеней свободы масс конструкции ($n = 2$) уравнения (2.13) записываются в виде

$$\begin{bmatrix} r_{11} - m_1 \omega_F^2 & r_{12} & 0 \\ r_{21} & c_d + r_{22} - m_2 \omega_F^2 & -c_d \\ 0 & -c_d & c_d - m_2 \omega_F^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Если массу m_1 трактовать как приведенную, с соответствующим групповым перемещением (обобщенной координатой), то решение для $n = 2$ можно распространить на любое число сосредоточенных масс.

Для вычисления надежности по критерию динамической прочности стержневой системы определяются амплитуды напряжений, вычисляемые по найденным динамическим усилиям – изгибающим и крутящим моментам, продольным и поперечным силам. Учитываются также напряжения от статических воздействий. Изменчивость динамических и статических силовых факторов, а

также геометрических характеристик сечений элементов конструкции и гасителя предопределяет вероятностный разброс значений напряжений, влияющий на оценку вероятности отказа / надежности системы.

Для стержневой системы с элементами, работающими преимущественно на изгиб, основным расчетным силовым фактором является динамический изгибающий момент. В сечении 2 (в месте приложения вибрационной нагрузки – рисунок 4.1), согласно (4.1), $M_{2, dyn} = M_{21}y_1 + M_{22}y_2$ (здесь M_{21} и M_{22} – моменты в сечении 2 от единичных перемещений масс $y_1 = 1$ и $y_2 = 1$ соответственно). Удобно представить $M_{2, dyn}$ с использованием безразмерных коэффициентов динамичности:

$$M_{2, dyn} = M_{22}y_{2, st} \left(\mu_{y2} + \mu_{y1} \frac{M_{21}}{M_{22}} \frac{y_{1, st}}{y_{2, st}} \right), \quad (4.3)$$

где $y_{1, st}$ и $y_{2, st}$ – перемещения масс m_1 и m_2 от условно статического действия амплитуды F динамической нагрузки; μ_{y1} и μ_{y2} – коэффициенты динамичности по перемещениям y_1 и y_2 .

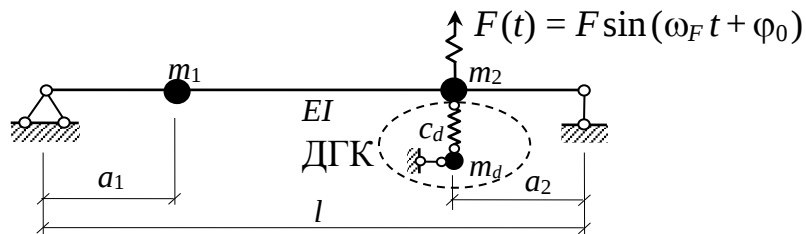


Рисунок 4.1 – Схема балочной системы с динамическим гасителем

Множитель $(M_{21} \cdot y_{1, st}) / (M_{22} \cdot y_{2, st})$ при μ_{y1} в (4.3) зависит только от глобальных геометрических характеристик расчетной схемы системы (координат узлов и точек расположения масс m_1 и m_2) и отношений жесткостей элементов. При реальных – достаточно малых – относительных отклонениях этих параметров системы от проектных значений указанный множитель может рассматриваться как практически постоянный. Произведение $M_{22} \cdot y_{2, st}$ (общий множитель в правой части (4.3)) прямо пропорционально амплитуде нагрузки F , а по параметрам геометрии и жесткости системы может считаться слабо вариативным.

Следовательно, стохастическая изменчивость динамического момента $M_{2, dyn}$ обуславливается преимущественно вероятностным разбросом значений коэффициентов динамичности μ_{y1} и μ_{y2} , принципиально зависящих от всех статических и динамических параметров системы. Для рассматриваемого случая двух степеней свободы масс защищаемой конструкции имеем следующие выражения динамических коэффициентов:

$$\mu_{y1} = \frac{1 - \frac{r_{12}^2}{r_{11} r_{22}}}{-\frac{r_{12}^2}{r_{11} r_{22}} - \left[1 - \frac{c_d (1 - \varepsilon_d)}{r_{11} k_{md}} \right] \cdot \left[1 - \frac{c_d}{r_{22}} (1 - \varepsilon_d) \left(\frac{k_m}{k_{md}} + \frac{1}{\varepsilon_d} \right) \right]}; \quad (4.4)$$

$$\mu_{y2} = \frac{1 - \frac{r_{12}^2}{r_{11} r_{22}}}{1 - \frac{1}{r_{22}} \cdot \left[c_d (1 - \varepsilon_d) \cdot \left(\frac{k_m}{k_{md}} + \frac{1}{\varepsilon_d} \right) + \frac{r_{12}^2}{r_{11} - c_d (1 - \varepsilon_d) / k_{md}} \right]}; \quad (4.5)$$

где r_{ik} ($i, k = 1, 2$) – элементы матрицы жесткости r_s защищаемой системы; $k_{md} = m_d / m_1$; $k_m = m_2 / m_1$; ($k_m = 0$ в случае отсутствия массы в точке приложения динамической нагрузки); $\varepsilon_d = 1 - m_d \omega_F^2 / c_d$ (для идеального гасителя $\varepsilon_d = 0$, при этом $\mu_{y1} = \mu_{y2} = 0$).

Качественный анализ полученных зависимостей показывает, что числители в (4.4) и (4.5) могут считаться почти детерминированными, так как зависят от отношений жесткостей и длин элементов, имеющих, как отмечено выше, узкие (в сравнении с другими параметрами системы) доверительные интервалы значений. В целом влияние малых случайных отклонений жесткостных и глобальных геометрических характеристик защищаемой конструкции оценивается как второстепенное – оно сказывается на реакциях r_{ik} . Основное значение имеет изменчивость массы m_d и жесткости c_d гасителя, а также частоты нагрузки ω_F , от которых зависит величина $1/\varepsilon_d$ в знаменателях обеих формул. Поскольку в математическом ожидании (для идеального гасителя) $\varepsilon_d = 0$, то малые отклонения

ε_d от 0 могут вызывать сильные (в разы) изменения коэффициентов динамичности.

Для получения количественных оценок влияния изменчивости различных расчетных параметров на надежность конструкции рассмотрена модельная задача – та же балочная система с двумя сосредоточенными массами и динамическим гасителем изгибных колебаний (рисунок 4.1), которая ранее была изучена в п. 2.3.

Компоненты матрицы жесткости балки при математических ожиданиях размеров $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 = l/4$: $r_{11} = r_{22} = 216 EI / l^3$; $r_{12} = - (7/9) r_{11}$. Приближенные (без учета возможных малых вариаций величин a_1/l и a_2/l) выражения динамических коэффициентов при $\bar{m}_1 = \bar{m}_2$:

$$\mu_{y1} \approx \frac{32/81}{-\frac{49}{81} - \left[1 - \frac{c_d (1 - \varepsilon_d)}{216 k_{md}}\right] \cdot \left[1 - \frac{c_d}{216} (1 - \varepsilon_d) \left(\frac{k_m}{k_{md}} + \frac{1}{\varepsilon_d}\right)\right]}; \quad (4.6)$$

$$\mu_{y2} \approx \frac{32/81}{1 - \frac{1}{216} \cdot \left[k_{cd} (1 - \varepsilon_d) \cdot \left(\frac{k_m}{k_{md}} + \frac{1}{\varepsilon_d}\right) + \frac{49/81}{1 - k_{cd} (1 - \varepsilon_d) / (216 k_{md})} \right]}; \quad (4.7)$$

где $k_{cd} = \frac{c_d l^3}{EI} \approx k_{md} \frac{m_1 l^3 \omega_F^2}{EI}$.

В выражениях (4.6) и (4.7) очевидно радикальное влияние слагаемого $1/\varepsilon_d$ в знаменателях при варьировании ε_d в окрестности 0.

Для расчета надежности P_S или вероятности отказа P_f по актуальному критерию безотказности требуется вычисление динамических и статических составляющих НДС системы в потенциально опасных сечениях конструкции. Для рассматриваемой балки (см. рисунок 4.1) это два расчетных сечения – в местах расположения масс. Возможен также учет требования прочности деформируемого элемента гасителя.

Случайные амплитуды динамических напряжений в сечениях 1 и 2 находятся как $\sigma_{j,dyn} = M_{j,dyn} / W_j = \sum_{k=1}^2 M_{jk} y_{j,st} \mu_{yj} / W_j$, $j = 1, 2$ – для каждой из них вычисляются

МО $\bar{\sigma}_{j,dyn} = \bar{M}_{j,dyn} / \bar{W}_j$ (здесь $\bar{M}_{j,dyn} = \sum_{k=1}^2 \bar{M}_{jk} \bar{y}_{j,st} \bar{\mu}_{yj}$) и стандарт $\hat{\sigma}_{j,dyn}$, определяемый методом статистической линеаризации в предположении слабой корреляции величин M и W :

$$\hat{\sigma}_{j,dyn} = \sqrt{\left(\left. \frac{\partial \sigma_{j,dyn}}{\partial M_{j,dyn}} \right|_{\frac{\bar{M}_{j,dyn}}{\bar{W}_j}} \cdot \hat{M}_{j,dyn} \right)^2 + \left(\left. \frac{\partial \sigma_{j,dyn}}{\partial W_j} \right|_{\frac{\bar{M}_{j,dyn}}{\bar{W}_j}} \cdot \hat{W}_j \right)^2} = \bar{\sigma}_{j,dyn} \cdot A_{\sigma j,dyn}, \quad (4.8)$$

где $A_{\sigma j,dyn}$ – коэффициент вариации амплитуды динамического напряжения:

$A_{\sigma j,dyn} = \sqrt{A_{Mj,dyn}^2 + A_{Wj}^2}$; $A_{Mj,dyn}$ и A_{Wj} – коэффициенты вариации амплитуд динамического момента и момента сопротивления сечения; A_{Wj} заранее известен, а для вычисления $A_{Mj,dyn} = \hat{M}_{j,dyn} / \bar{M}_{j,dyn}$ определяется стандарт $\hat{M}_{j,dyn}$ – также МСЛ:

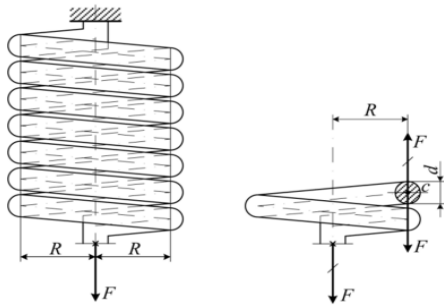
$$\hat{M}_{j,dyn} = \sqrt{\sum_{k=1}^2 (\bar{M}_{jk} \bar{y}_{k,st} \bar{\mu}_{yk})^2 \cdot (A_{Mjk}^2 + A_{yk,st}^2 + A_{\mu yk}^2)}. \quad (4.9)$$

Вычисление коэффициентов вариации единичных моментов A_{Mkj} выполняется достаточно просто, так как они зависят только от жесткостных и геометрических параметров схемы балки (EI , l , a_1 и a_2). Коэффициенты вариации $A_{yk,st}$ статических перемещений учитывают также стохастическую изменчивость амплитуды нагрузки F , причем при реальных вероятностных свойствах расчетных параметров влияние вариативности нагрузки является преобладающим. С менее значимой поправкой за счет жесткости EI можно принимать $A_{yk,st}^2 \approx A_F^2 + A_{EI}^2$. Наиболее существенный вклад в описание статистических свойств изгибающего момента вносят коэффициенты $A_{\mu yk}$, зависящие от стандартов коэффициентов динамичности по перемещениям ($A_{\mu yk} = \hat{\mu}_{yk} / \bar{\mu}_{yk}$, $k=1,2$). При отыскании $\hat{\mu}_{y1}$ и $\hat{\mu}_{y2}$ МСЛ учитываются все характеристики расчетной схемы, кроме амплитуды нагрузки:

$$\hat{\mu}_{yj} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_X} \left[\left(\left. \frac{\partial \mu_{yi}}{\partial x_i} \right) \right|_{X=\bar{X}} \cdot \hat{x}_i \right]^2}, \quad j=1,2; \quad X = \{m_1 m_2 m_d c_d \omega_F EI a_1 a_2 l\} \quad (4.10)$$

(элементы случайного вектора X считаются статистически независимыми).

Вероятностные характеристики ДГК зависят от фактической реализуемого технического решения устройства, а именно габаритов, структурно-жесткостных свойств, плотностей материалов, наличия демпфирующих элементов и т.д., их можно получить решением прямой задачи вероятностного расчета.



Например, для гасителя с пружинным упругим элементом (рисунок 4.2) жесткость определяется по формуле:

$$c = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D^3 \cdot n},$$

Рисунок 4.2 – Упругий элемент гасителя где G – модуль сдвига; d – диаметр проволоки; D – диаметр пружины; n – число витков.

Тогда коэффициент вариации жесткости пружины находится как $A_c = \sqrt{A_G^2 + 16A_d^2 + 9A_D^2}$. Коэффициент вариации массы гасителя – $A_m = \sqrt{A_p^2 + 9A_b^2}$ (A_p и A_b – коэффициенты вариации соответственно плотности материала массы m и b – характерного габаритного размера гасителя).

На результаты вычислений по (4.10) влияют как значения стандартов компонентов вектора входных параметров X или их коэффициентов вариации, так и производные $\partial \mu_{y_k} / \partial x_j$, например,

$$\frac{\partial \mu_{y_2}}{\partial \omega_F} = \frac{512}{3} \cdot \frac{1 - \varepsilon_d}{\omega_F} \cdot \frac{k_{cd} \left(\frac{1}{k_{md}} + \frac{1}{\varepsilon_d^2} \right) \cdot \left[216 - \frac{k_{cd}}{k_{md}} (1 - \varepsilon_d)^2 \right]^2 + \frac{392}{3} \cdot \frac{k_{cd}}{k_{md}}}{\left\{ \left[216 - k_{cd} (1 - \varepsilon_d) \cdot \left(\frac{1}{k_{md}} + \frac{1}{\varepsilon_d} \right) \right] \cdot \left[216 - k_{cd} (1 - \varepsilon_d) \right] - \frac{392}{3} \right\}^2}. \quad (4.11)$$

При затруднительности получения или громоздкости аналитических выражений возможно численное определение производных:

$$\left. \frac{\partial \mu_{y_j}}{\partial x_i} \right|_{X=\bar{X}} \approx \frac{\mu_{y_j}(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{i-1}, \bar{x}_i(1 + \varepsilon_X), \bar{x}_{i+1}, \dots, \bar{x}_{nx}) - \bar{\mu}_{y_j}}{\varepsilon_X \bar{x}_i}; \quad \varepsilon_X = 0,01 \dots 0,02. \quad (4.12)$$

Эти производные, по существу, характеризуют чувствительность динамических коэффициентов к случайным вариациям различных входных параметров – элементов вектора X .

Расчеты производных по (4.11) и (4.12) выполнены при следующих исходных данных: $\bar{a}_1 = \bar{a}_2 = l/4$; $A_l = 0,001$; $A_{a1} = A_{a2} = 0,002$; $\bar{m}_1 = \bar{m}_2$; $A_{m1} = A_{m2} = 0,01$; $A_{EI} = 0,02$; $A_{\omega F} = 0,01$; $\bar{m}_d = 0,02\bar{m}_1$; $A_{md} = 0,015$; $A_{cd} = 0,02$.

Для коэффициента динамичности μ_{y2} , имеющего основное значение в расчете амплитуды динамического напряжения в наиболее опасном сечении 2 (в месте действия нагрузки), получены результаты, представленные в виде графиков на рисунке 4.3. Поскольку изменчивости тех или иных расчетных параметров системы и нагрузки проявляются по-разному в области резонансной частоты, которая при наличии гасителя колебаний оказывается близкой к расчетной рабочей частоте, то графики производных $\partial\mu_{yk}/\partial m_d$, $\partial\mu_{yk}/\partial c_d$, $\partial\mu_{yk}/\partial\omega_F$ и $\partial\mu_{yk}/\partial m$ даны в зависимости от МО частоты нагрузки $\bar{\omega}_F$ в окрестности математического ожидания заданной рабочей частоты, принятого равным $0,8 \bar{\omega}_{\min}^0$ ($\bar{\omega}_{\min}^0$ – МО минимальной собственной частоты незащищенной конструкции).

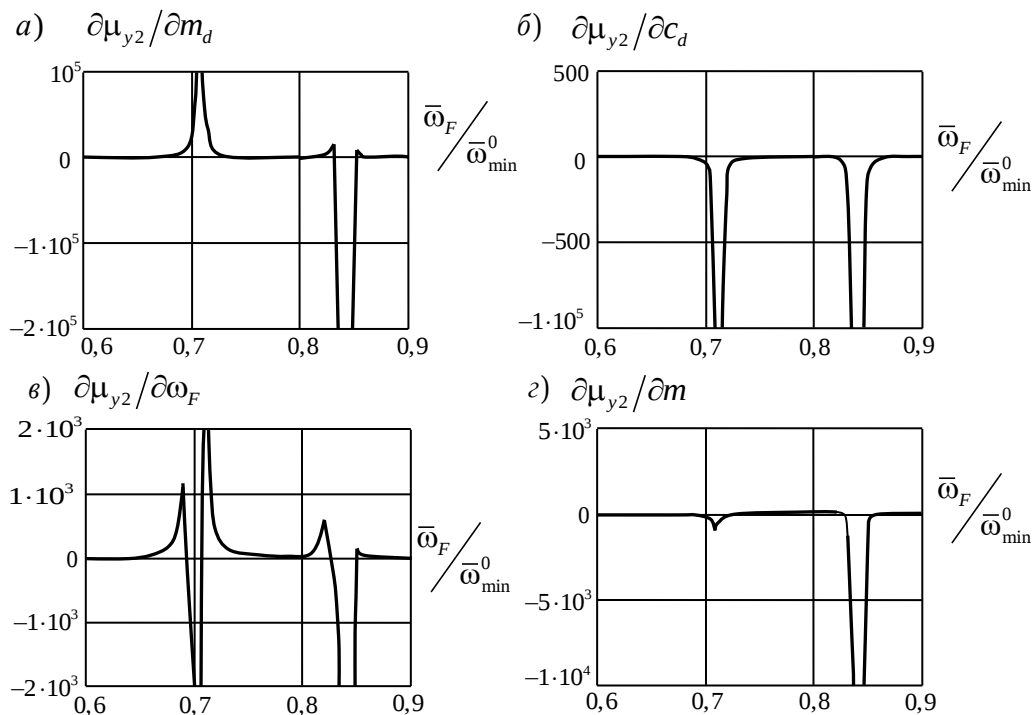


Рисунок 4.3 – Производные коэффициента μ_{y2} в зависимости от частоты $\bar{\omega}_F$

а) $\partial\mu_{y2}/\partial m_d$; б) $\partial\mu_{y2}/\partial c_d$; в) $\partial\mu_{y2}/\partial\omega_F$; г) $\partial\mu_{y2}/\partial m$.

Производные коэффициента динамичности μ_{y2} по геометрическим, жесткостным и инерционным параметрам защищаемой конструкции (балки) на несколько порядков меньше, чем по m_d , c_d , ω_F (пример – на рисунке 4.3, г для $\partial\mu_{y2}/\partial m$).

Аналогично вычислены также производные коэффициента μ_{y1} – их значения меньше соответствующих величин для μ_{y2} .

На рисунке 4.4 показаны графики изменения вероятности отказа по условному критерию непревышения динамическим коэффициентом μ_{y2} значения его математического ожидания для незащищенной конструкции ($\mu_{y2} \leq \bar{\mu}_{y2}^0$). Верхний график – вероятность отказа с учетом изменчивости всех расчетных параметров балки и нагрузки. Остальные описывают, в зависимости от частоты $\bar{\omega}_F$, вероятности отказа с учетом вариативности каждой из случайных величин m_d , c_d и ω_F в отдельности при фиксированных (детерминированных) остальных компонентах вектора входных параметров X . Вероятности отказа вследствие изменчивости геометрических, жесткостных и инерционных характеристик балки пренебрежимо малы и на рисунке 4.4. в сопоставимом масштабе не могут быть показаны.

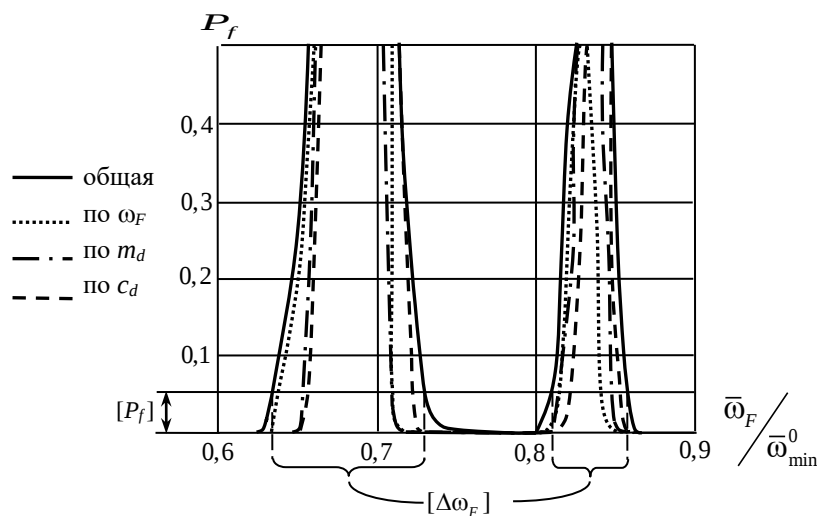


Рисунок 4.4 – Вероятности отказа по условию $\mu_{y2} \leq \bar{\mu}_{y2}^0$

в зависимости от частоты $\bar{\omega}_F$

Полученные количественные результаты модельного численного эксперимента подтверждают сделанные выше качественные оценки влияния на характеристики надежности случайных вариаций различных расчетных параметров системы и нагрузки.

Графики, аналогичные представленным на рисунке 4.4, но построенные по полному комплексу условий безотказности, дают возможность находить области допустимых при требуемом уровне надежности (или допустимой вероятности отказа) статистических характеристик параметров защищаемого объекта, гасителя и нагрузки. На рисунке 4.4 как $[\Delta\omega_F]$ обозначен интервал недопустимых значений МО частоты вибрационной нагрузки при допустимой вероятности отказа $[P_f]$.

Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. Неконтролируемые случайные разбросы значений геометрических, жесткостных и инерционных характеристик гармонически нагруженной конструкции даже при наличии гасителя колебаний могут порождать в системе резонансные эффекты, приводящие к недопустимому снижению показателей надежности. Более того, влияние гасителя может быть негативным.

2. Решением обратной задачи расчета надежности, практически осуществляемым посредством прямых перерасчетов при варьировании вероятностных характеристик основных параметров защищаемой системы и гасителя, следует вычислять допустимые комбинации их математических ожиданий и стандартов (либо коэффициентов изменчивости), обеспечивающих требуемую надежность.

3. В расчетах надежности сооружений и конструкций, оснащенных динамическими гасителями колебаний, при вибрационных воздействиях наиболее значимыми являются частота ω_F и амплитуда F нагрузки, а также масса гасителя m_d и жесткость c_d его упругого элемента. Изменчивостью характеристик глобальной геометрии системы можно пренебрегать, рассматривая их как квазидетерминированные. Вариативность параметров жесткости и масс защищаемой конструкции должна учитываться при плохих показателях их

стохастических свойств (при коэффициентах вариации, сопоставимых с соответствующими коэффициентами для амплитуды нагрузки и прочностных характеристик материала).

4. Очевидно, что учет демпфирующих свойств защищаемой системы и гасителя колебаний улучшает количественные оценки надежности, но качественные заключения, изложенные выше, сохраняют силу.

4.2. Оценка надежности и долговечности конструкции с динамическими гасителями колебаний при длительных гармонических нагрузках

Результатом того, что реальные параметры системы, динамического воздействия и гасителя колебаний имеют вероятностную природу, вибрации в системе полностью исключить нельзя. Вследствие этого существует риск возникновения переменных во времени напряжений, отличных от расчетных и способных привести к усталостному разрушению. В связи с этим возникает вопрос о надежности системы по критерию усталостной прочности материала и долговечности конструкции в целом как параметра, характеризующего время до наступления неработоспособности системы [125].

Рассмотрим модельную балочную систему с двумя степенями свободы масс и одномассовым ДГК, схема которой приведена на рисунке 2.12, а. Все расчетные параметры системы – случайные величины с известными вероятностными свойствами. Подбор характеристик гасителя осуществляется по условию (2.16) так, чтобы математическое ожидание перемещения в точке приложения силового динамического воздействия $F(t)$ было равно нулю.

Вероятностным динамическим расчетом балки определены как случайные величины динамические напряжения в двух сечениях (в местах расположения точечных масс) при варьировании основного параметра гармонической нагрузки – МО ее частоты $\bar{\omega}_F$. Статистические характеристики случайных параметров системы – размеров, жесткостей, масс, амплитуды и частоты нагрузки – заданы близкими к реальным.

На рисунке 4.5 представлен график, показывающий изменение, в зависимости от частоты $\bar{\omega}_F$, математического ожидания и верхней границы доверительного интервала (по правилу трех стандартов) динамического коэффициента μ_{dyn} для напряжения в сечении у загруженной массы.

Можно видеть, что в области МО рабочей частоты $\bar{\omega}_F = k_{\omega} \bar{\omega}_0$ ($k_{\omega} = 0,8$; $\bar{\omega}_0$ – МО частоты основного тона собственных колебаний), на которую «настроен» гаситель, наблюдаются достаточно большие значения μ_{dyn} .

В связи с этим возникает необходимость расчета двух взаимосвязанных характеристик системы – надежности P_s (вероятности безотказной работы по принятому – возможно, комплексному [124] – условию работоспособности) и долговечности как времени T_0 до наступления отказа с вероятностью P_f . Для решения задачи требуется выявление (аналитическое или численное) зависимости, выражающей изменение надежности как функции времени: $P_s = P_s(t)$ либо, что удобнее, – вероятности отказа $P_f = P_f(t)$.

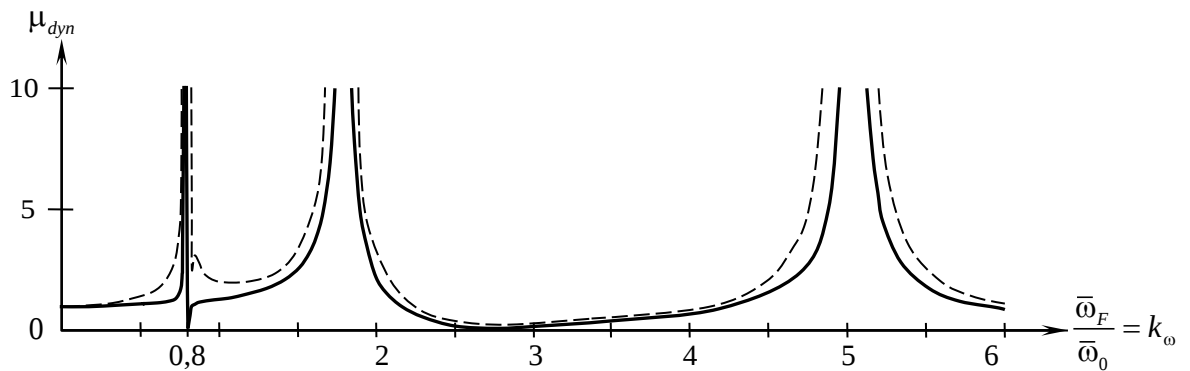


Рисунок 4.5 – График изменения динамического коэффициента напряжения в расчетном сечении балки.

— МО μ_{dyn} ; - - - - - верхняя граница доверительного интервала

В рассматриваемом случае динамически (гармонически) нагруженной системы с гасителем колебаний основным условием работоспособности является ненаступление усталостного разрушения материала в одной или нескольких наиболее напряженных зонах (сечениях, точках) конструкции при циклически переменных напряжениях с характеристиками σ_m (среднее – постоянное от

нединамических воздействий) и σ_a (амплитудное – от вибрационной нагрузки). В общем случае σ_m и σ_a – переменные во времени, в частности, из-за изменчивости расчетных параметров системы и воздействий на достаточно продолжительных временных интервалах.

Рассматривая σ_m и σ_a как реализации параметров цикла напряжений в некотором стохастическом динамическом состоянии системы, условие прочности при циклических напряжениях представим в виде

$$\Phi(\sigma_a, \sigma_m, \sigma_u, \sigma_{-1}) \leq 1 \quad (4.13)$$

$$\text{или} \quad \sigma_a \leq \sigma_a^*, \quad (4.14)$$

где σ_u – предел текучести или прочности материала; σ_{-1} – предел выносливости; σ_a^* – предельная амплитуда цикла со средним напряжением σ_m^* , получаемая из (4.13).

Для построения зависимости (4.13) можно использовать диаграмму предельных амплитуд [184], которая отражает результаты испытаний образцов из соответствующего материала (см. рисунок 2.15). При учете фактора времени каждому определенному количеству циклов соответствует своя определенная диаграмма предельных амплитуд (рисунок 4.6).

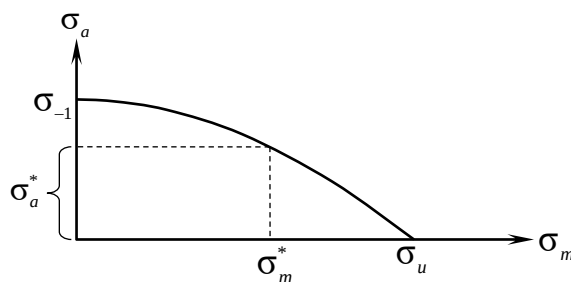


Рисунок 4.6 – Диаграмма предельных амплитуд

Для сталей повышенной прочности, на основании (2.24), предельная амплитуда в правой части (4.15):

$$\sigma_a^* = \sigma_{-1} \left[1 - \left(\frac{\sigma_m^*}{\sigma_u} \right)^2 \right]. \quad (4.15)$$

Для материалов с выраженными пластическими свойствами, в частности, малоуглеродистых сталей, диаграмму принято аппроксимировать совокупностью

квадратной параболы и прямой (KL , рисунок 4.7), проходящей под углом в 45° от точки на оси σ_a с ординатой, равной пределу текучести σ_u . Также возможно использование модифицированных диаграмм предельных амплитуд, учитывающих изменение свойств материала за счет введения при определении расчетного значения предела выносливости коэффициентов влияния качества поверхности, агрессивности среды, температуры и т.д. [23, 90, 153].

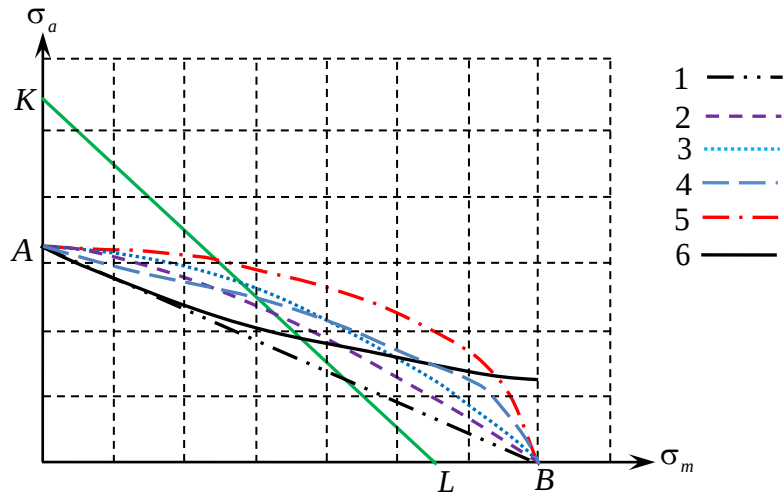


Рисунок 4.7 – Диаграммы предельных амплитуд;

- 1) линейная зависимость Гудмана; 2) зависимость Одингга;
- 3) параболическая зависимость Герберга; 4) параболическая зависимость;
- 5) эллиптическая зависимость; 6) гипербола Одингга.

Выражения (2.24) и (4.15) определяют границу области ненаступления усталостного разрушения материала при неограниченно большом числе циклов (общепринято – более $10^6 \dots 10^7$). Но если, в соответствии с концепцией вероятностных случайных отклонений реализаций параметров системы от проектных значений, допустить возможность невыполнения условий (4.14), (4.15), то при амплитуде напряжения $\sigma_a > \sigma_a^*$ материал выдержит конечное число циклов $n_c < 10^6$. Тогда на рисунке 4.6 и в формулах (2.24), (4.15) величины σ_a^* и σ_{-1} следует заменить соответственно на $\sigma_a^*(n_c)$ и $\sigma_{-1}(n_c)$. Предел выносливости $\sigma_{-1}(n_c)$ при ограниченном количестве циклов n_c находится по кривой Веллера. Для определения предельной амплитуды $\sigma_a^*(n_c)$, соответствующей некоторому числу циклов n_c при фиксированном среднем напряжении σ_m , можно использовать

также кривую усталости материала (рисунок 4.8), которая строится на основании экспериментальных данных, – аналог кривой Веллера при $\sigma_m \neq 0$ [90, 120, 148].

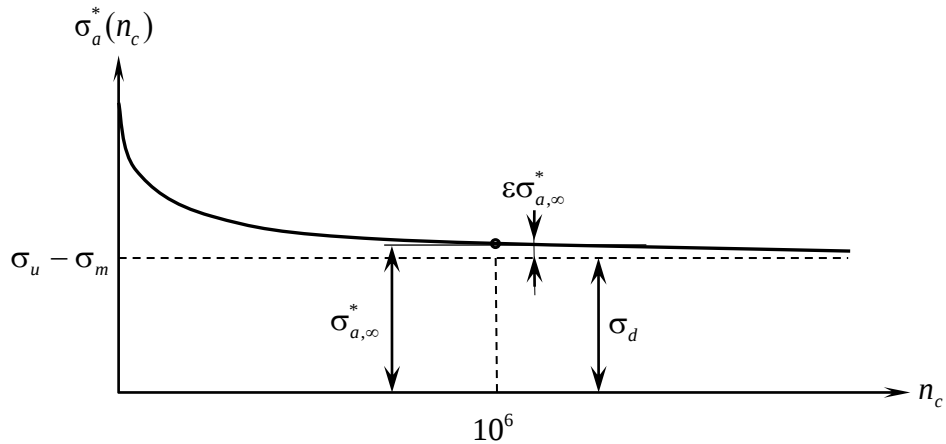


Рисунок 4.8 – Кривая усталости материала при ненулевом среднем напряжении σ_m

Возможны различные аппроксимации диаграммы кривых усталости, как стандартные (рисунок 4.7), так и их модифицированные версии, учитывающие особенные свойства материала и условий эксплуатации [2, 154].

Введем описание функцией следующего вида:

$$\sigma_a^*(n_c) = (\sigma_u - \sigma_m - \sigma_d)e^{-\beta n_c} + \sigma_d, \quad (4.16)$$

где $\sigma_a^*(n_c)$ – амплитуда напряжения, при которой материал выдержит n_c циклов; $\sigma_d = \sigma_{a,\infty}^*(1 - \varepsilon)$ – асимптота функции; $\varepsilon = 0,001 \dots 0,1$; $\sigma_{a,\infty}^*$ – амплитуда, при которой материал выдержит неограниченно большое число циклов (находится по (4.15)); $\beta = -10^{-6} \ln \left(\frac{\varepsilon \sigma_{a,\infty}^*}{\sigma_u - \sigma_m - \sigma_d} \right)$.

Для обеспечения возможности оценки долговечности при больших количествах циклов вместо общепринятого горизонтального участка диаграммы при $n_c > 10^6$ введена очень медленно ниспадающая ветвь с характеристикой ε .

Заметим, что для уточнения модели (4.16) в области $n_c > 10^3$ (исключается диапазон малоциклового усталости материала [14, 90]) вместо σ_u следует подставлять $\sim 0,8\sigma_u$.

Представляя кривую усталости материала в безразмерном виде по оси амплитуд (в отношении к характеристике прочности материала σ_u), получаем для разных уровней средних напряжений графики, показанные на рисунке 4.9.

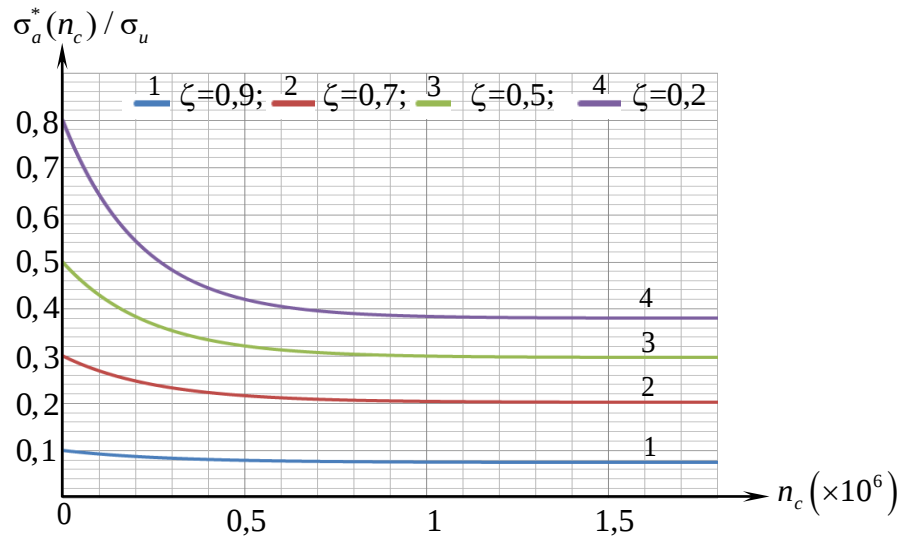


Рисунок 4.9 – Кривые усталости материала при различных средних напряжениях $\sigma_m = \zeta \sigma_u$ (по модели (4.16))

Более точным описание будет, если учесть то, что в координатах $\sigma_a^*(n_c) - \lg n_c$ в интервале $n_c = 10^4 \dots 10^6$ диаграмма хорошо описывается линейной функцией [14, 90, 154, 184] (рисунок 4.10).

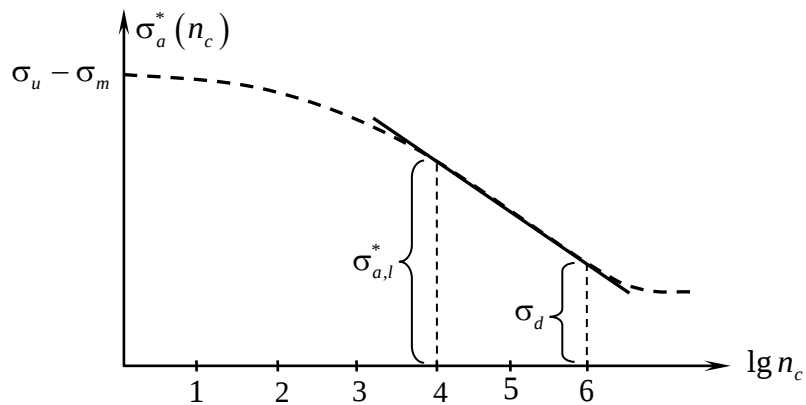


Рисунок 4.10 – Кривая усталости материала в координатах $\sigma_a^*(n_c) - \lg n_c$

Соответствующая кусочная зависимость имеет вид

$$\sigma_a^*(n_c) = \begin{cases} \sigma_{a,l}^* - (\sigma_{a,l}^* - \sigma_{a,\infty}^*)(\lg n_c - 4)/2, & 10^3 n_c < 10^6, \\ \sigma_{a,\infty}^* \left[1 - \varepsilon + \frac{2\varepsilon^2}{(n_c - 10^6)(\sigma_{a,l}^*/\sigma_{a,\infty}^* - 1)\lg e + 2\varepsilon} \right], & n_c \geq 10^6. \end{cases} \quad (4.17)$$

По сути кривые усталости материала, представленные на рисунок 4.9, являются сечениями поверхности, полученной при изображении кривых усталости материала совместно с диаграммой предельных амплитуд в трехмерном пространстве (рисунок 4.11), при различных средних напряжениях. Такое представление графиков наглядно показывает, как со временем меняются прочностные свойства материала, характеризующие его выносливость. Так, при одном цикле $n_c = 1$ амплитуда цикла численно равна пределу прочности материала $\sigma_a = \sigma_u$, а при $n_c \geq 10^6$ – пределу выносливости σ_{-1} .

Использование уравнений типа (4.16), (4.17) и условия (4.14) позволяет в детерминистическом динамическом расчете (в математических ожиданиях характеристик конструкции, гасителя и нагрузки) по найденным значениям σ_m и σ_a найти предельно возможное число циклов n_c^* , а по нему – долговечность

$$T_0(n_c) = T_F \cdot n_c^0, \quad (4.18)$$

где $T_F = 2\pi/\omega_F$ – период вынужденных колебаний, вызванных гармоническим воздействием с угловой частотой ω_F .

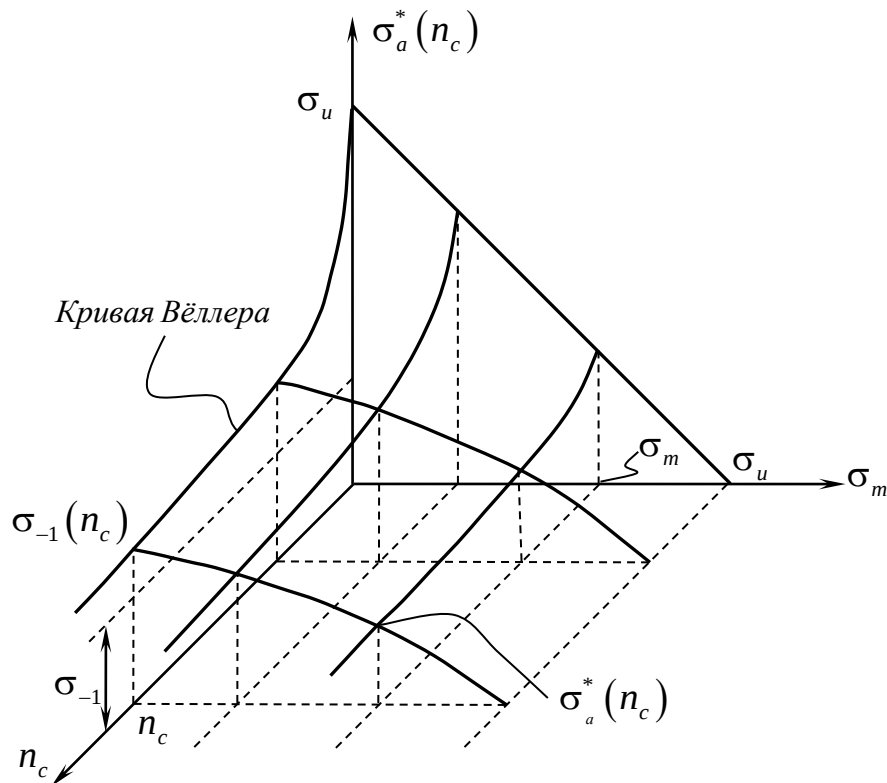


Рисунок 4.11 – Поверхность амплитуд усталости материала

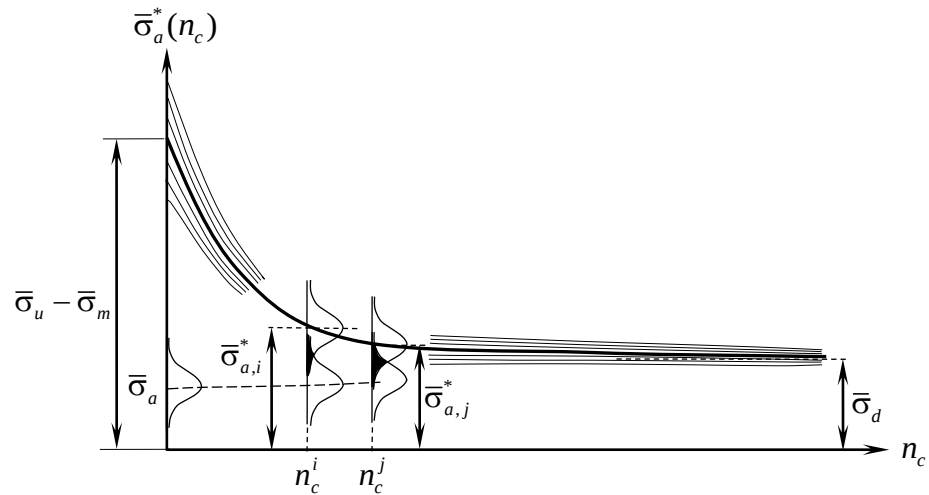


Рисунок. 4.12 – Кривая усталости материала
с учетом стохастических свойств расчетных параметров
и ее использование для оценки вероятности отказа

В стохастическом расчете определение долговечности должно сопровождаться оценкой вероятности отказа $P_f(T_0(n_c))$. Для этого применяется алгоритм, основанный на схеме, представленной на рисунке 4.12. Вследствие вероятностной природы характеристик материала $\bar{\sigma}_u$, $\bar{\sigma}_{a,\infty}^*$ и среднего напряжения цикла $\bar{\sigma}_m$ предельная амплитуда $\bar{\sigma}_a^*(n_c)$ является случайной величиной с некоторым распределением, параметры которого зависят от числа циклов n_c . Найденная в результате динамического расчета амплитуда напряжения $\tilde{\sigma}_a$ также имеет определенный закон распределения, обусловленный в общем случае числом циклов n_c (или временем $t = T_F \cdot n_c$) из-за временной изменчивости статистических характеристик расчетных параметров системы с гасителем и нагрузки.

Сопоставлением распределений $\tilde{\sigma}_a(t)$ и $\bar{\sigma}_a^*(n_c)$ при некотором значении n_c^i находится вероятность невыполнения условия усталостной прочности (4.14), то есть искомая вероятность отказа $P_f(t_i)$, которая на рисунке 4.12 обозначена зачерненной фигурой.

Варьированием n_c выявляется зависимость вероятности отказа и, следовательно, надежности от числа циклов, т.е. от времени, что позволяет решать прямые и обратные задачи расчета надежности и долговечности.

Для оценки вероятности отказа и долговечности балки с ДГК (рисунке 2.12, а) назовем в качестве расчетного критерия работоспособности условие усталостной прочности материала в 1-м и 2-м сечениях (в местах расположения масс m_1 и m_2). Используя, следуя А.Р. Ржаницину [118], понятия обобщенной прочности $\tilde{R}$ и обобщенной нагрузки $\tilde{Q}$, для каждого из расчетных сечений условие безотказности в форме (4.14) при конечном числе циклов представим в виде

$$\tilde{S}(n_c) = \tilde{R}(n_c) - \tilde{Q}(t) > 0, \quad (4.19)$$

где $\tilde{S}(n_c)$ – резерв обобщенной прочности; $\tilde{Q}(t) = \tilde{\sigma}_a(t)$ – по результатам вероятностного динамического расчета;

$\tilde{R}(n_c) = \tilde{\sigma}_a^*(n_c)$ – по (4.16), причем σ_m , σ_u , σ_d – случайные величины ($\tilde{\sigma}_u$ и $\tilde{\sigma}_m$ в общем случае – с переменными во времени вероятностными характеристиками).

В данной задаче временная изменчивость стохастических свойств параметров системы и нагрузки не учитывается – в предположении, что она не имеет возможности существенно проявиться в пределах оцениваемой долговечности системы. Принципиальных трудностей учет этого фактора, в случае необходимости, не представляет.

Вероятностные характеристики среднего $\tilde{\sigma}_m$ и амплитудного $\tilde{\sigma}_a$ напряжений – их математические ожидания $\bar{\sigma}_m$, $\bar{\sigma}_a$ и стандарты $\hat{\sigma}_m$, $\hat{\sigma}_a$ – вычисляются по известным (заданным) описаниям расчетных параметров системы и нагрузки:

– для амплитуды цикла $\tilde{\sigma}_a = \tilde{M}_{dyn} / \tilde{W}$ ($\tilde{M}_{dyn}$ – амплитуда динамического изгибающего момента в расчетном сечении; $\tilde{W}$ – момент сопротивления сечения):

$$\bar{\sigma}_a = \frac{\bar{M}_{dyn}}{\bar{W}} = \bar{Q}; \quad \hat{\sigma}_a = \hat{Q} = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left[\left(\frac{\partial \sigma_a}{\partial x_k} \right) \Big|_{X=\bar{X}} \cdot \hat{x}_k \right]^2}. \quad (4.20)$$

по методу статистической линеаризации с численным определением производных;

$\tilde{X} = \{ \tilde{m}_1 \tilde{m}_2 \tilde{E} \tilde{l} \tilde{a} \tilde{W} \tilde{c}_d \tilde{m}_d \tilde{F} \tilde{\omega}_F \tilde{\sigma}_u \tilde{\sigma}_{-1} \}$ – вектор случайных взаимно не коррелированных характеристик расчетной модели системы;

– для среднего напряжения цикла $\tilde{\sigma}_m = \tilde{M}_G / \tilde{W}$ ($\tilde{M}_G$ – изгибающий момент от статических воздействий – сил тяжести масс и т.п.):

$$\bar{\sigma}_m = \frac{\bar{M}_G}{\bar{W}}; \quad \hat{\sigma}_m = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left[\left(\frac{\partial \sigma_m}{\partial x_k} \right) \Big|_{X=\bar{X}} \cdot \hat{x}_k \right]^2}. \quad (4.21)$$

Вероятностные характеристики обобщенной прочности $\tilde{R}(n_c)$ (предельной амплитуды $\tilde{\sigma}_a^*(n_c)$):

$$\begin{aligned} \bar{R}(n_c) &= \bar{\sigma}_a^*(n_c) = (\bar{\sigma}_u - \bar{\sigma}_m - \bar{\sigma}_d) e^{-\bar{\beta} n_c} + \bar{\sigma}_d; \\ \hat{R}(n_c) &= \hat{\sigma}_a^*(n_c) = \sqrt{\sum_{k=1}^n \left[\left(\frac{\partial R(n_c)}{\partial x_k} \right) \Big|_{X=\bar{X}} \cdot \hat{x}_k \right]^2}. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Найденные МО и стандарты обобщенных прочности и нагрузки используются для отыскания распределения резерва прочности $P_f[S(n_c)]$ и далее – вероятности отказа:

$$P_f(n_c) = \int_{-\infty}^0 p_s[S(n_c)] dS. \quad (4.23)$$

Если распределение $p_s[S(n_c)]$ считать нормальным (при значительном количестве n компонентов вектора входных параметров $\tilde{X}$ это приемлемо; в рассматриваемом случае $n = 12$), то определение $P_f(n_c)$ по (4.23) возможно с помощью функции Лапласа и характеристики безопасности

$$\beta_s(n_c) = \frac{\bar{S}(n_c)}{\hat{S}(n_c)} = \frac{\bar{R}(n_c) - \bar{Q}}{\sqrt{[\hat{R}(n_c)]^2 + \hat{Q}^2}}. \quad (4.24)$$

Выполнив вычисления по формулам (4.21) – (4.24) для обоих расчетных сечений, находим вероятности отказов по условиям усталостной прочности материала в сечениях 1 и 2 – $P_{f(1)}(n_c)$ и $P_{f(2)}(n_c)$, а затем – общую вероятность отказа

$$P_{f(0)}(n_c) = P_{f(1)}(n_c) + P_{f(2)}(n_c) - P_{f(1)}(n_c) \cdot P_{f(2)}(n_c). \quad (4.25)$$

Количественные результаты, приведенные в таблице 4.1 и графически – на рисунке 4.13, получены при следующих вероятностных характеристиках основных расчетных параметров:

– математические ожидания – $\bar{m}_1 = \bar{m}_2$; $\bar{m}_d = k_{md} \bar{m}_1$; ($k_{md} = 0,02$); c_d – по (2.16); $\bar{a} = 0,25\bar{l}$; $\bar{\omega}_F = k_{\omega} \bar{\omega}_0$ ($k_{\omega} = 0,82$ – математическое ожидание частоты вибрационной нагрузки задано с малым отклонением от проектного значения $0,8\bar{\omega}_0$); $\bar{\sigma}_{-1} = 0,4\bar{\sigma}_u$; $\bar{F} = k_F \bar{G}$ ($k_F = 0,3$; $\bar{G} = \bar{m}_1 g$);

– коэффициенты вариации – $A_m = 0,06$; $A_{md} = 0,04$; $A_{cd} = 0,02$; $A_{\omega F} = 0,01$; $A_l = A_a = 0,001$; $A_{EI} = 0,02$; $A_F = 0,01$; $A_{\sigma u} = 0,06$; $A_{\sigma-1} = 0,07$.

С помощью графика (рисунок 4.13) можно определить, что допустимой вероятности отказа 0,05 отвечает долговечность $\sim 2 \cdot 10^5$ циклов, или что при превышении времени работы конструкции, соответствующего 10^6 циклов, вероятность отказа станет больше $\sim 0,25$.

Таблица 4.1 – Значения вероятности отказа в зависимости от числа циклов по модели (4.16)

n_c	10^4	$5 \cdot 10^4$	10^5	$2,5 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$	10^6	$5 \cdot 10^6$
$P_{f(0)}(n_c)$	0,0155	0,0207	0,031	0,0653	0,148	0,2484	0,308

Таким образом, открывается возможность либо прогнозирования рисков возникновения отказов, либо проектирования конструкций с требуемой надежностью и долговечностью.

Изложенный алгоритм позволяет выполнять расчеты надежности и долговечности различных деформируемых систем с бóльшим числом критериев безотказности, включая ограничения по условиям усталостной прочности и жесткости конструкции и гасителя колебаний и др.

Результаты расчета надежности и долговечности по модели (4.16) с варьированием параметра ε представлены в приложении 1. Расчет по модели (4.17) произведен аналогично алгоритму (4.19) – (4.24) и представлен в приложении 1.

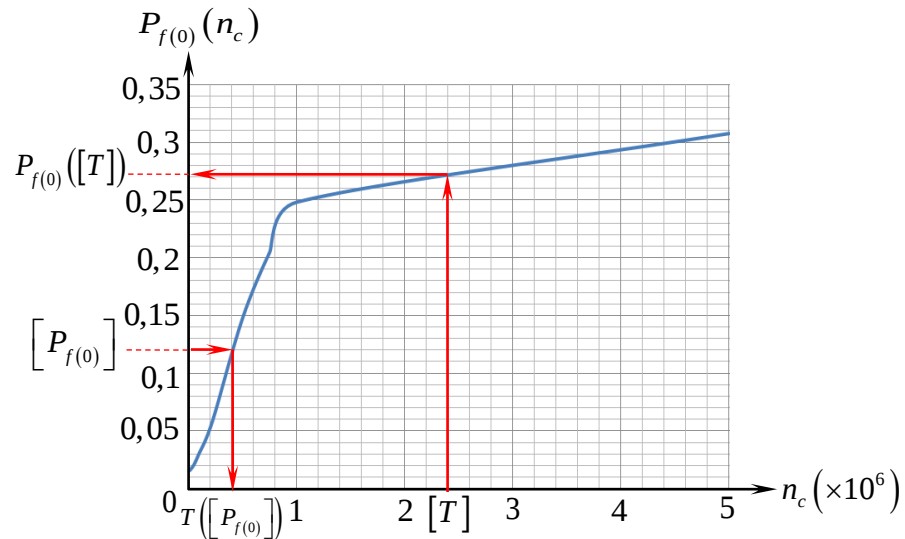


Рисунок 4.13 – График изменения вероятности отказа в зависимости от количества циклов по модели (4.16) $\varepsilon=0,1$

Определим долговечность фермы показанной на рисунке 3.6, используя предложенную выше методику, усилия приведены в таблице 3.2. Согласно предложенной модели (4.16), кривые усталости материала для наиболее нагруженных стержней при растяжении (стержень 3 – 4) и сжатии (стержень 11 – 12) приведены на рисунке 4.14.

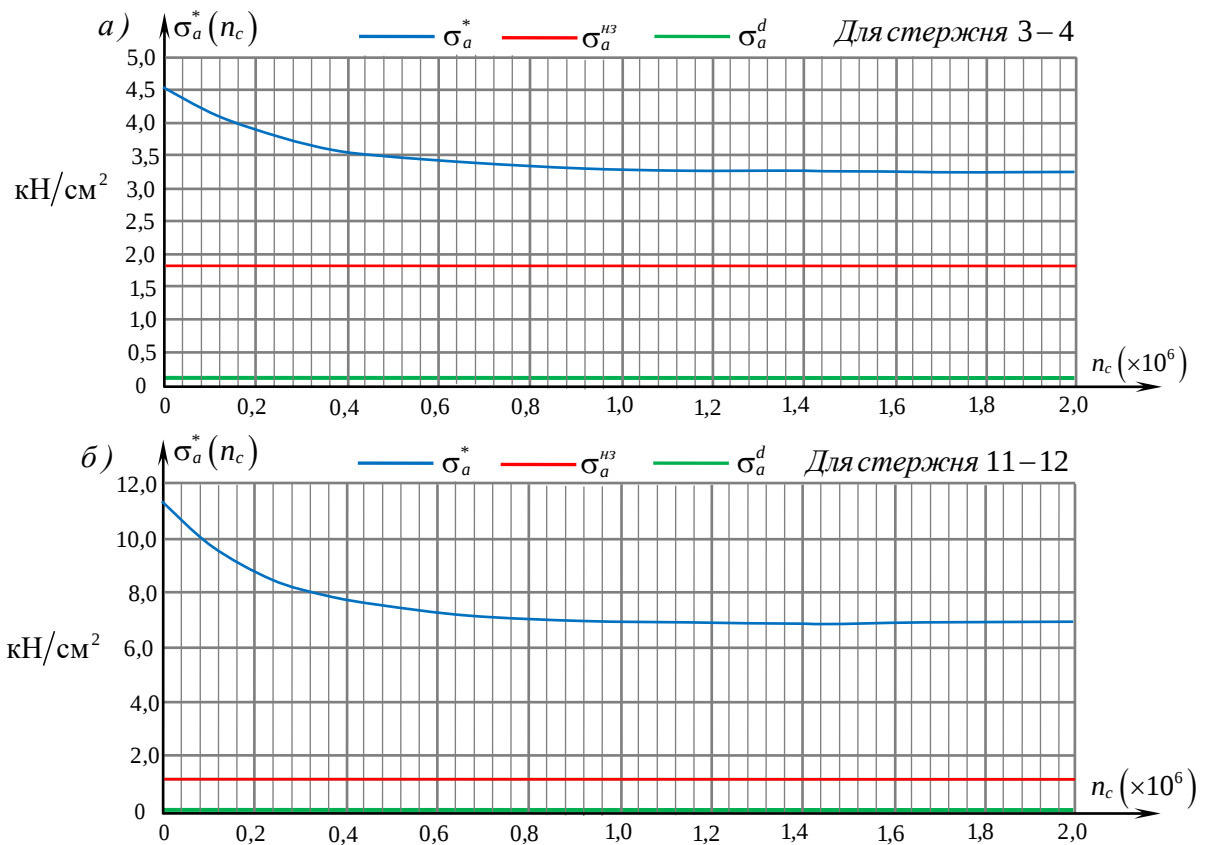


Рисунок 4.14 – Кривые усталости материала при ненулевом среднем напряжении

Синим цветом на рисунке 4.14 показаны кривые усталости материала при ненулевом среднем напряжении, красным – фактические амплитудные напряжения незащищенной фермы, а зеленым – при наличии гасителя. Как видно, амплитудные напряжения в указанных стержнях при наличии динамического гасителя колебаний значительно ниже, чем для незащищенной фермы.

Учитывая, что для большинства стержней коэффициент приближения по напряжениям $\xi \leq 0,5$, рациональным является использовать методику ранжирования, предложенную в [128]. Тогда, приняв следующие вероятностные характеристики: МО – по таблице 3.2; $A_{\sigma_a^*} = 0,1$; $A_{\sigma_a^{H3}} = A_{\sigma_a^d} = 0,2$, получим сумарную зависимость вероятности отказа от количества циклов нагружения для фермы – рисунок 4.15, из которого видно, что суммарная вероятность отказа по критерию усталостной прочности материала для незащищенной фермы со временем значительно возрастает, а при наличии гасителя – фактически равна нулю.

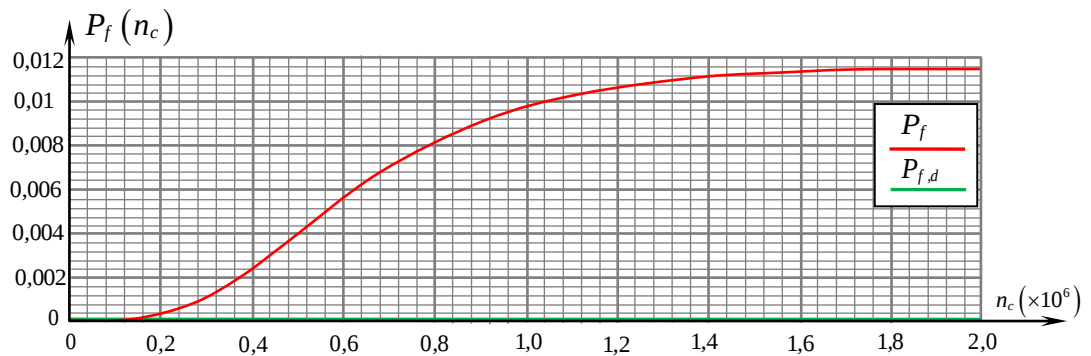


Рисунок 4.15 – Зависимость вероятности отказа от количества циклов нагружения для фермы, показанной на рисунке 3.6

В процессе исследования выявлено:

1. Амплитуда цикла напряжений весьма чувствительна к случайным изменениям параметров системы и нагрузки, особенно таких как жесткость, масса гасителя и рабочая частота;

2. Зависимость вероятности отказа от числа циклов по модели (4.16) приближенно может рассматриваться как билинейная, с существенно более пологой ветвью в области больших значений n_c ;

3. Зависимость вероятности отказа от числа циклов по модели (4.17) (приложение 1) имеет нелинейную зависимость при малом количестве циклов и близка к линейной при больших значениях n_c ;

4. С уменьшением параметра ε в моделях (4.16) и (4.17) (правая ветвь кривой на рисунке 4.13, (приложение 1) становится более пологой.

4.3. Надежность стержневых систем с динамическим гашением колебаний в областях сгущения спектра собственных частот

Особенностью применения одномассового динамического гасителя колебаний является то, что появляется дополнительная степень свободы и соответственно еще одна собственная частота системы – меньшая, чем рабочая частота воздействия, на которую настраивается гаситель, и близкая к ней. При этом возрастают диапазоны разбросов параметров динамического напряженно-деформированного состояния (НДС) системы даже при небольшой изменчивости рабочей частоты и некоторых собственных параметров сооружения/конструкции, так как в частотной области настройки гасителя возникают большие градиенты амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) системы, что, в свою очередь, неблагоприятно сказывается на оценках ее надежности.

Вариативность расчетных параметров системы с гасителем особенно сильно влияет на показатели надежности в случае попадания рабочей частоты воздействия в область сгущения спектра собственных частот исходной (незащищенной) системы, характеризующуюся большими градиентами АЧХ. Примером такой системы могут являться многопролетные неразрезные балки.

Актуальной становится задача расчета надежности строительных систем, в спектрах частот собственных колебаний которых изначально имеются области со сближенными частотами, защищенных ДГК [21]. Цель работы – оценка влияния параметров ДГК на надежность систем, обладающих указанной частотной особенностью.

Предварительно рассмотрим не защищенную гасителем деформируемую систему. При определенных комбинациях расчетных параметров,

характеризующих ее структурные, геометрические и жесткостные свойства, возможно сближение некоторых двух соседних собственных частот ω_j и ω_{j+1} . Пренебрегая влиянием на параметры НДС системы при колебаниях с частотами, близкими к указанным, других собственных частот, достаточно удаленных от ω_j и ω_{j+1} , оценим соотношение ω_{j+1}/ω_j как в случае двух степеней свободы масс. Для отыскания условия максимально возможного сближения ω_j и ω_{j+1} используем выражения двух этих частот, получаемые решением частотного уравнения [137, 166, 167], откуда следует условие равенства частот $\omega_j = \omega_{j+1}$:

$$\left(r_{jj}k_m - r_{j+1,j+1}\right)^2 + 4k_m r_{j,j+1}^2 = 0, \quad (4.26)$$

где $k_m = m_{j+1}/m_j$; m_j, m_{j+1} – массы, соответствующие степеням свободы; $r_{ik} (i, k = j, j+1)$ – элементы матрицы внешней жесткости системы по направлениям степеней свободы масс.

Выполнение (4.26) возможно только при $r_{j,j+1} = 0$, тогда из (4.26) следует

$$k_m = k_r, \quad (4.27)$$

где $k_r = r_{j+1,j+1}/r_{jj}$.

Если $r_{j,j+1} \neq 0$, то $\omega_{j+1} > \omega_j$, причем

$$\lim_{\substack{r_{j,j+1} \rightarrow 0 \\ k_r \rightarrow k_m}} \frac{\omega_{j+1}}{\omega_j} = 1. \quad (4.28)$$

На рисунке 4.16 показан принципиальный вид графика отношений пары близких собственных частот в зависимости от характеристики жесткости системы k_r при фиксированном k_m и $r_{j,j+1} = 0$. Отметим, что в точке совпадения частот главные формы колебаний, соответствующие большей и меньшей из частот ω_j и ω_{j+1} , меняются местами.

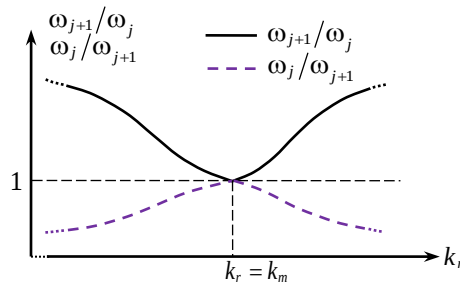


Рисунок 4.16 – График отношений собственных частот

Получение аналогичных аналитических зависимостей для систем с большим числом степеней свободы масс затруднительно; в этих случаях оценка сближения частот собственных колебаний возможна по результатам определения частот численными методами.

Для систем, моделируемых расчетной схемой с двумя степенями свободы масс ($n = 2$), представленное решение – точное; в частности, возможно $\omega_2/\omega_1 \rightarrow 1$, например, для симметричных ($r_{12} = 0$) рам (рисунок 4.17, а), балок (рисунок 4.17, б) и др. при характеристиках конструкций, удовлетворяющих условию (4.27). В общем случае при $n > 2$ вышеизложенный подход можно использовать как приближенный для некоторой пары близких собственных частот ω_j и ω_{j+1} .

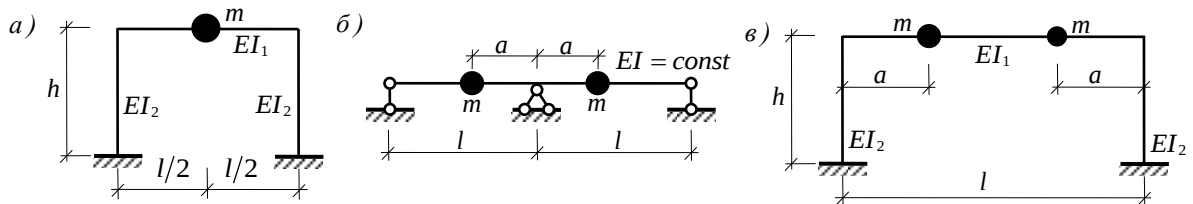


Рисунок 4.17 – Схемы симметричных стержневых систем

а, б – с двумя степенями свободы ($n = 2$); в – $n > 2$

Для симметричных систем с тремя степенями свободы ($n = 3$), имеющих одну главную форму колебаний одного типа (симметричную или антисимметричную), а две остальных – другого (ортогонального) типа, также возможно точное решение.

Так, при разных комбинациях расчетных параметров плоской симметричной рамы (рисунок 4.18, а), для которой в пренебрежении продольными деформациями стержней $n = 3$, возможны 6 вариантов сближения частот собственных колебаний (рисунок 4.18, б – ж), из них варианты по рисунку 4.18, е, ж маловероятны. К парам

главных форм с соответствующими близкими частотами можно применять полученные выше оценки. Это возможно также в отношении симметричных систем с $n = 4$, если симметричных и обратносимметричных главных форм – поровну (по две), как, например, у рамы по рисунку 4.17, в случае учета изгибных и продольных деформаций элементов. Принципиально возможно для частотного диапазона, обусловленного задаваемой рабочей частотой, использовать приемы приведения систем с любым числом степеней свободы к модели с эквивалентными массами, имеющими $n = 2 \vee 3$, в частности, методом конденсации [63].

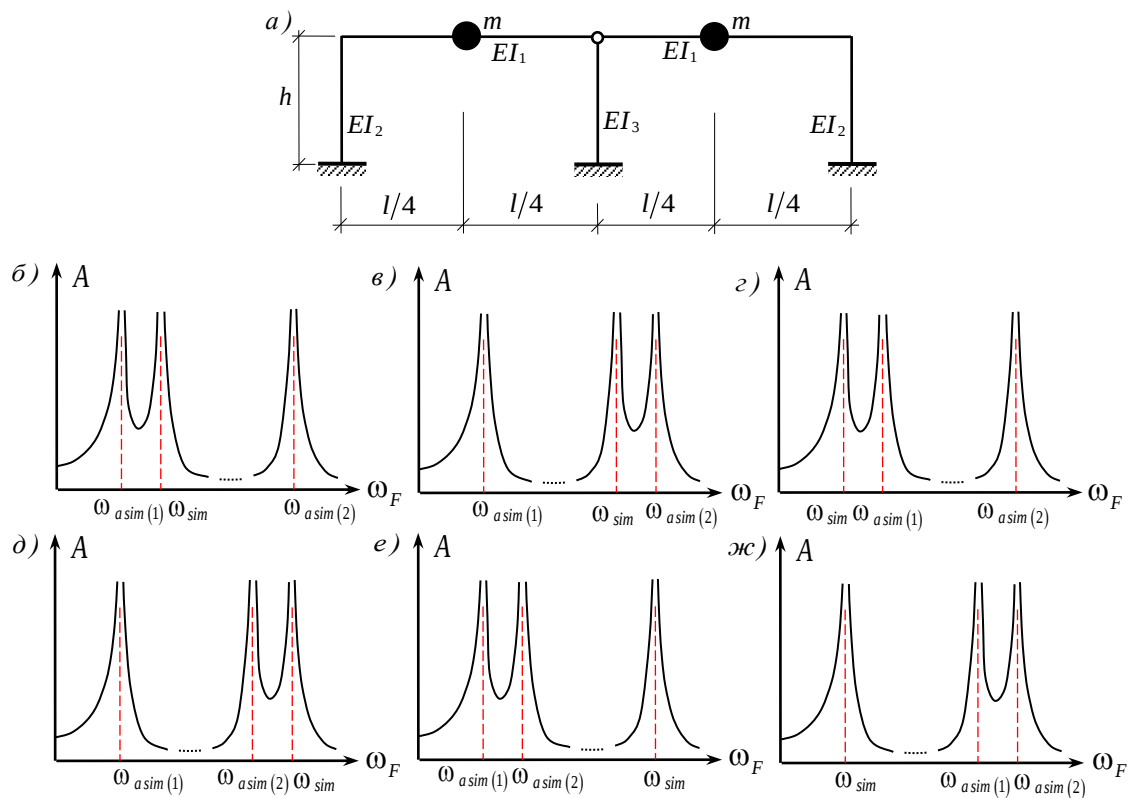


Рисунок 4.18 – Система с тремя степенями свободы масс (а), возможные варианты АЧХ (б-ж);

A – амплитуда параметра НДС; ω_F – частота воздействия

В качестве модельной задачи рассмотрена стержневая система с двумя степенями свободы масс и ДГК (рисунок 4.19, а). Все расчетные параметры системы являются случайными величинами с известными вероятностными свойствами. При определенных их комбинациях, как показано выше, незащищенная система может иметь сближенные собственные частоты.

Для достижения максимального эффекта гашения параметры гасителя следует назначать из условия (2.16) $c_d m_d^{-1} = \omega_F^2$.

Уравнения установившихся вынужденных колебаний системы с ДГК в амплитудах перемещений масс:

$$\begin{pmatrix} r_{11}^* & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22}^* & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33}^* \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_{1F} \\ R_{2F} \\ R_{3F} \end{pmatrix} = 0, \quad (4.29)$$

где $r_{11}^* = r_{11} - m_1 \omega_F^2$; $r_{22}^* = r_{22} - m_2 \omega_F^2$; $r_{12} = r_{21}$; $r_{23} = r_{32} = 0$; $r_{13} = r_{31} = -c_d$; $r_{33}^* = c_d - m_d \omega_F^2$; y_1, y_2, y_3 – перемещения масс; $R_{1F} = -F$; $R_{2F} = R_{3F} = 0$.

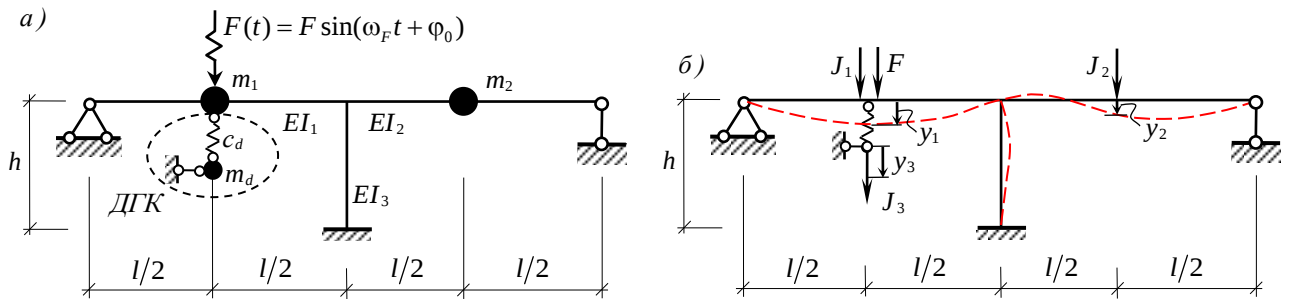


Рисунок 4.19 – Схема стержневой системы с гасителем (а);
расчетная модель системы (б) при амплитудном отклонении

Используя в описаниях характеристик НДС системы, входящих в требования работоспособности конструкции (по прочности, устойчивости, жесткости и др.), соответствующие динамические коэффициенты μ_{dyn} , вводим для них ограничения в форме $\mu_{dyn} \leq [\mu]$, где $[\mu]$ – предельно допустимое значение.

Для рассматриваемой системы (рисунок 4.16) приняты следующие соотношения расчетных параметров: $EI_1 = 2EI$; $EI_2 = EI$; $EI_3 = 4EI$; $m_1 = m$; $m_2 = 0,5m$; $h = 0,5l$. При этих данных отношение частот собственных колебаний незащищенной системы $\omega_2^0 / \omega_1^0 \approx 1,081$. Частота внешнего воздействия ω_F , на которую настраивается гаситель, – близкая к минимальной собственной частоте ω_1^0 ($\omega_F = k_{\omega F} \cdot \omega_1^0$, $k_{\omega F} = 0,8 \dots 0,95$), когда применение гасителя целесообразно.

Массу гасителя необходимо назначать, учитывая технические особенности его работы. Согласно условию (2.16) малая масса гасителя m_d требует его малой

жесткости c_d , вследствие чего перемещения массы гасителя могут быть значительными и технически неприемлемыми. Рисунок 4.20 показывает изменение МО динамического коэффициента по изгибающему моменту в сечении 1 (в месте расположения m_1) в зависимости от МО рабочей частоты внешнего воздействия (здесь и далее ω – варьируемая частота гармонической нагрузки). Приведены графики для незащищенной системы ($k_{md} = 0$) и системы с ДГК при разных $k_{md} \neq 0$. Увеличение массы гасителя приводит к повышению его эффективности (расширению диапазона допустимых рабочих частот), что согласуется с выводами работы [132]. Экономически целесообразно, в зависимости от технических особенностей ГК, применять гасители с относительной массой, как правило, до 5% от общей массы системы [114].

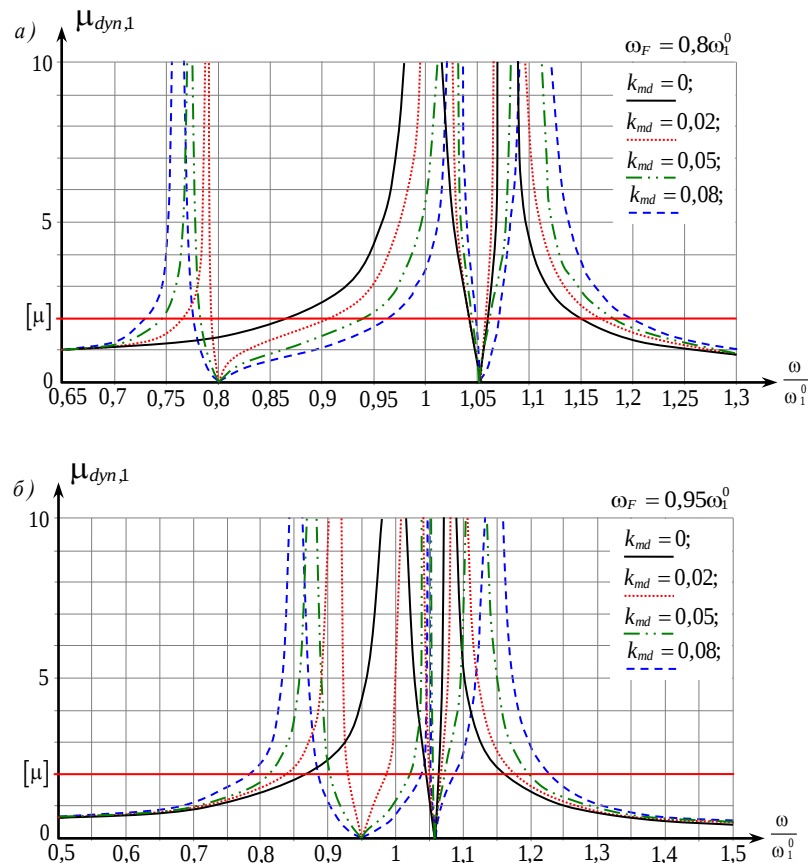


Рисунок 4.20 – Динамический коэффициент по изгибающему моменту в сечении 1 в зависимости от рабочей частоты при разных массах ДГК; а) $k_{\omega F} = 0,8$; б) $k_{\omega F} = 0,95$

На рисунке 4.21 представлены графики МО и границ доверительного интервала значений (ДИЗ) динамического коэффициента, определенного по «правилу трех стандартов», в зависимости от частоты воздействия ω . Фрагмент А дополнительно иллюстрирует связь границ доверительной области значений величин k_ω и μ с их распределениями $p_{k_\omega}(k_\omega)$ и $p_\mu(\mu)$.

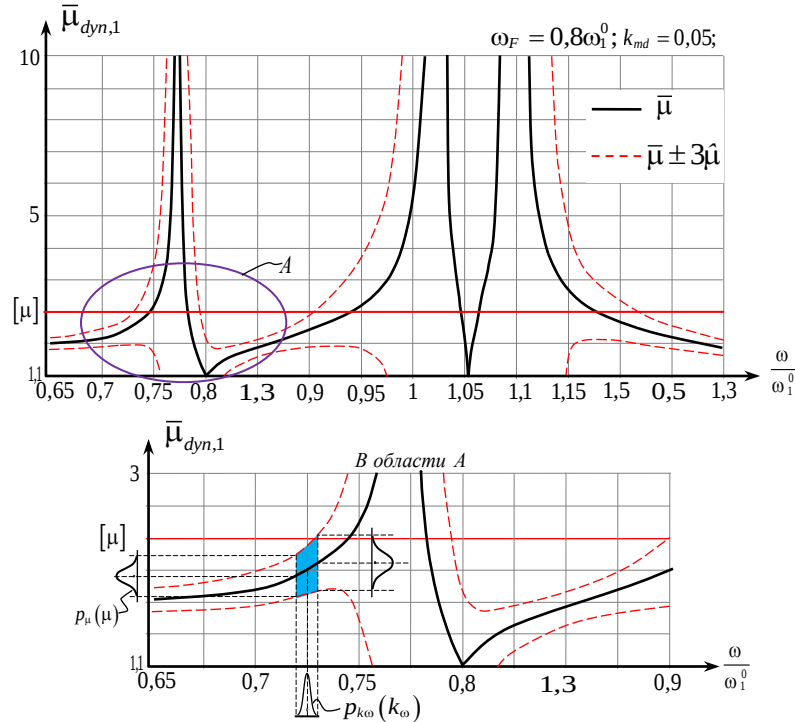


Рисунок 4.21 – Доверительные интервалы и МО динамического коэффициента $\bar{\mu}_{dyn,1}$ по изгибающему моменту в сечении 1

в зависимости от частоты ($k_{\omega F} = 0,8; k_{\omega F} = 0,95$)

Надежность определяется аналогично методике, изложенной в п. 2.3. За обобщенный нагрузочный фактор $\tilde{Q}$ в данной задаче принят динамический коэффициент по изгибающему моменту в месте крепления гасителя ($\tilde{Q} = \tilde{\mu}_{dyn}$ – по результатам вероятностного расчета); обобщенная прочность $\tilde{R} = [\mu]$ – максимально допустимое значение динамического коэффициента (в расчетах принято $[\mu] = 2$).

Вероятностные характеристики динамического коэффициента $\tilde{\mu}_{dyn}$ – математическое ожидание $\bar{\mu}_{dyn}$ и стандарт $\hat{\mu}_{dyn}$ – вычисляются по известным

описаниям расчетных параметров системы и нагрузки, причем $\hat{\mu}_{dyn}$ при некоррелированных параметрах находится по методу статистической линеаризации с численным определением частных производных:

$$\tilde{\mu}_{dyn} = \frac{\tilde{M}_{dyn}}{\tilde{M}_{st}}; \quad \bar{\mu}_{dyn} = \frac{\bar{M}_{dyn}}{\bar{M}_{st}}; \quad \hat{\mu}_{dyn} = \hat{Q} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_x} \left[\left(\frac{\partial \mu_{dyn}}{\partial x_i} \right) \bigg|_{X=\bar{X}} \cdot \hat{x}_i \right]^2}. \quad (4.30)$$

В предположении о нормальном распределении резерва обобщенной прочности $p_s(S)$ вероятность отказа P_f можно определять, используя характеристику безопасности (2.23) и функцию Лапласа.

Количественные результаты расчетов надежности, в виде графиков вероятности отказа незащищенной и защищенной систем, в зависимости от МО частоты рабочей нагрузки, представленных на рисунке 4.22, получены при следующих вероятностных характеристиках основных расчетных параметров:

$$- \text{МО} - \bar{EI}_1 = 2\bar{EI}; \bar{EI}_2 = \bar{EI}; \bar{EI}_3 = 4\bar{EI}; \bar{F} = 0,5\bar{F}_{st}; \bar{F}_{st} = \bar{m}_1 g;$$

$$\bar{m}_2 = k_m \bar{m}_1 (k_m = 0,5); \bar{m}_d = k_{md} \bar{m}_1 (k_{md} = 0,02; 0,05; 0,08); \bar{c}_d - \text{по (2.16)}; \bar{h} = 0,5\bar{l}.$$

$$- \text{коэффициенты вариации} - A_m = 0,02; A_{md} = 0,025; A_{cd} = 0,02; A_{\omega F} = 0,01; A_l = A_h = 0,008; A_{EI} = 0,02.$$

На рисунке 4.22, а, б в интервале значений рабочей частоты (в областях А, Б), обозначенном как $[\Delta\omega_F]$, вероятность отказа P_f для незащищенной системы ($k_{md} = 0$) неприемлемо высока ($> 0,5$), а для системы с гасителем $P_f < 10^{-6}$ при $k_{md} \geq 0,05$. Если $k_{md} < 0,05$, то вероятности отказа в интервале частот $[\Delta\omega_F]$ превышают 10^{-6} и могут достигать недопустимых значений, как, например, при $k_{md} = 0,02$ (см. рисунок 4.22, а, б). Следовательно, с точки зрения надежности, чем ближе рабочая частота к резонансной, тем целесообразнее назначать гаситель массивней. Снижение вероятности отказа возможно также за счет уменьшения вариативности расчетных параметров системы и гасителя, но технически это реализуется сложнее, а в отношении динамических воздействий, как правило, невозможно.

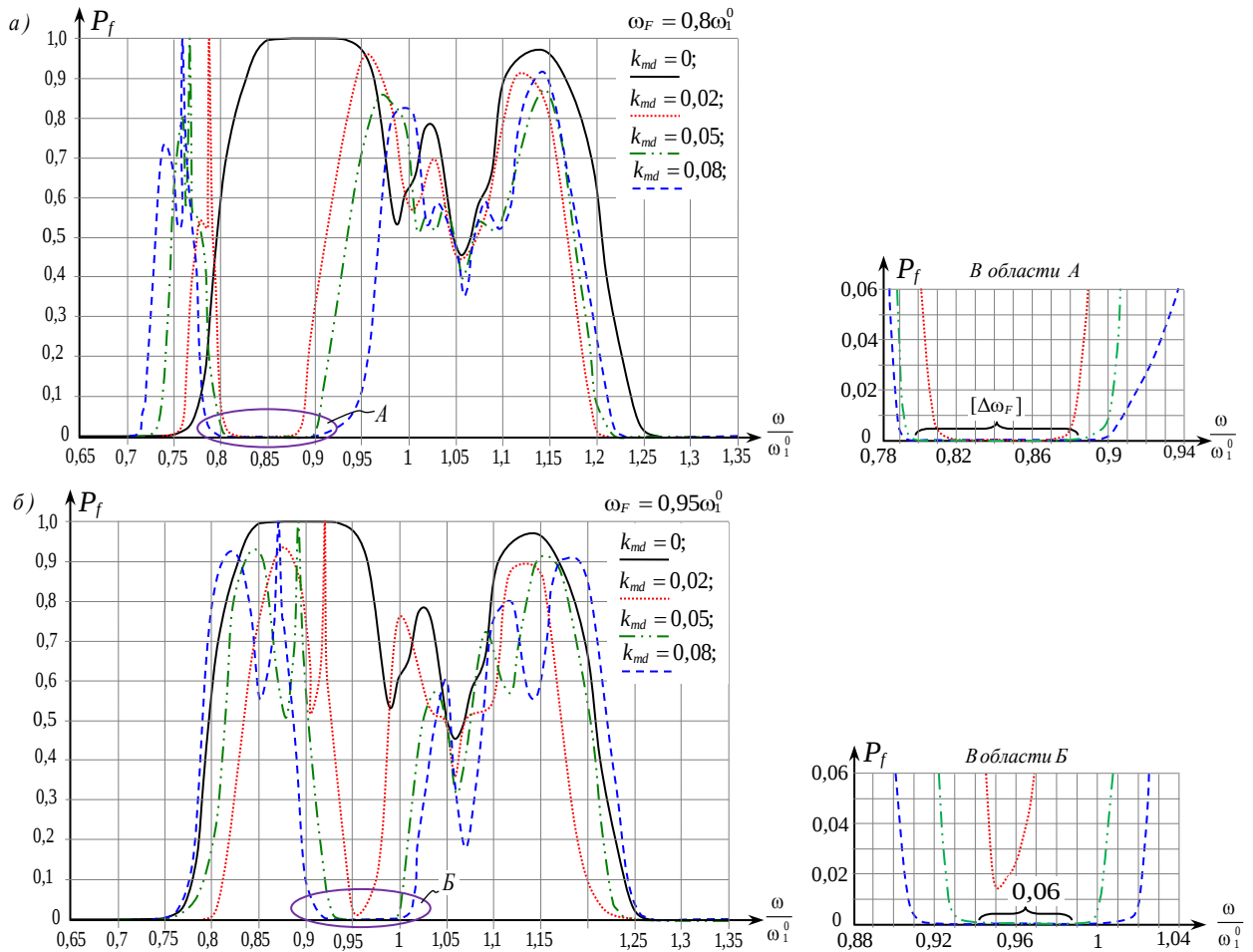


Рисунок 4.22 – Вероятность отказа в зависимости от рабочей частоты при разных массах ДГК; а) $k_{\omega F} = 0,8$; б) $k_{\omega F} = 0,95$

Полученные качественные оценки и количественные результаты решения модельных задач свидетельствуют о том, что стохастическая изменчивость параметров гасителя колебаний для систем с некоторыми близкими собственными частотами ухудшает показатели надежности при рабочих частотах воздействий, приближающихся к резонансным, в сравнении с системами, имеющими разреженные спектры собственных колебаний.

Выводы

1. Кривая вероятности отказа незащищенной системы со сгущенным спектром собственных частот, по сравнению с системой с разреженным спектром характеризуется большими градиентами.

2. В защищенной системе со сгущенным спектром собственных частот вероятность отказа в области второй и третьей частот, за счет их сближения, достигает недопустимо больших значений.

3. При наличии зон сгущения в спектре собственных частот область недопустимых по требуемой надежности значений рабочей частоты воздействия расширяется, что обуславливает необходимость повышения требований к стабильности рабочей частоты и качеству исполнения гасителя по массе и жесткости.

4. Применение правильно выбранного ГК улучшает динамическое состояние системы по сравнению с незащищенной, и соответственно количественные показатели надежности. С увеличением массы ГК диапазон допустимых рабочих частот расширяется, при этом надежность системы возрастает.

4.4. Вероятностные расчеты и оценка надежности стержневых гармонически нагруженных систем с динамическими гасителями колебаний с применением современных программных комплексов

Современные программные комплексы позволяют проводить вероятностные расчеты даже для сложных систем. В ряде программ (Matlab, MathCAD, STATISTICA, Exel, VaP и др.) имеются процедуры статистической обработки и анализа данных, с помощью алгоритмов МСИ возможно получение гистограмм, вида плотности распределения и числовых вероятностных характеристик выходных параметров [5]. При этом в качестве расчетной модели могут использоваться как известные аналитические зависимости выходных параметров от входных, так и конечно-элементное описание задачи.

Целью данного этапа работы является исследование, с применением современных программных комплексов, особенностей вероятностных расчетов и оценки надежности гармонически нагруженных систем с ДГК с учетом эффектов нелинейности влияния входных параметров на НДС системы; оценка точности результатов компьютерных расчетов.

В большинстве ПК (SCAD, Lira, MicroFe, STARK ES и др.), применяемых в российской проектной практике, отсутствуют модули, позволяющие определять вероятностные характеристики параметров НДС системы. Для их использования требуется создание дополнительных модулей. Возможность выполнения

вероятностных расчетов на основе МКЭ, а также расчета по известным аналитическим зависимостям, реализована в ПК ANSYS (оболочка Workbench, модуль Design Exploration – приложение Six Sigma Analysis) [178]. Решение задачи предусматривает три основных этапа (шага):

- 1) вычислительный эксперимент с использованием аналитической или КЭ модели, включая его планирование и реализацию;
- 2) аппроксимация зависимости выходных параметров от входных (построение метамоделей – поверхности отклика), что по замыслу ориентировано на сокращение объема вычислений;
- 3) определение функциональных и числовых вероятностных характеристик.

Самым трудозатратным этапом вероятностного расчета в ПК ANSYS является планирование эксперимента (Design of Experiments – DOE). На этом шаге задаются описания вероятностных свойств входных параметров системы, затем на основании введенных данных определяется набор «проектных точек» (Design Points), используемых далее для построения метамоделей. Качество метамоделей определяется количеством «проектных точек», которое зависит от метода их нахождения и типа решаемых задач. Так, если некоторый параметр сильно нелинейно зависит от входных параметров (например, в задачах динамики, устойчивости и др.), то требуется существенно больше «проектных точек», а также применение соответствующих методов их статистического моделирования.

На этапе построения поверхностей отклика (Response Surface) по данным, полученным на предыдущем шаге, различными способами формируются метамоделей и оценивается качество аппроксимаций. Важно отметить, что качество метамоделей влияет на корректность вероятностного расчета.

Заключительным шагом является непосредственное определение вероятностных характеристик (процедура Six Sigma Analysis). На основании полученных метамоделей осуществляются многократные ($>10^4$) перерасчеты с варьированием входных параметров, после чего строятся гистограммы и определяются вероятностные характеристики выходных параметров.

Выполненные исследования показали, что даже для простых моделей в задачах некоторых типов использование ПК ANSYS, реализующих МКЭ с применением метамоделей, для вероятностного расчета требует больших временных затрат. Ниже приведены примеры, позволяющие оценить возможности ПК ANSYS в области вероятностных расчетов и качество получаемых результатов в сравнении с имеющимися аналитическими решениями.

Для получения тестовых оценок результатов компьютерных расчетов рассмотрены модели систем, для которых имеются аналитические решения динамических задач.

Пример А. Балка постоянной жесткости с одной степенью свободы, нагруженная сосредоточенной гармонической нагрузкой (рисунок 4.23).

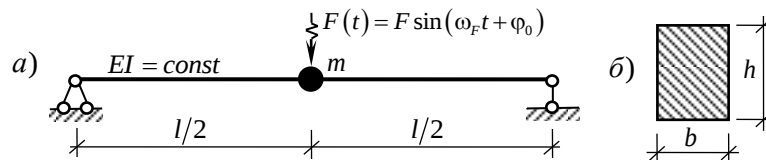


Рисунок 4.23 – Расчетная модель (а); поперечное сечение (б)

Требуется получить вероятностные характеристики амплитуды динамического перемещения массы $\tilde{y}_{dyn}$, определяемой как $\tilde{y}_{dyn} = \tilde{y}_{st} \tilde{\mu}$ ($\tilde{y}_{st}$ – статическое перемещение массы; $\tilde{\mu}$ – динамический коэффициент по перемещению).

Для определения характеристик стохастических свойств $\tilde{y}_{st}$, $\tilde{\mu}$ и $\tilde{y}_{dyn}$ использовались следующие программные продукты: ПК ANSYS (модули Static Structural, Harmonic Response, Mechanical APDL, Design Exploration); VaP (некоммерческая лицензия).

1. Вероятностные свойства статического перемещения с учетом только изгибных деформаций балки $\tilde{y}_{st} = \tilde{F} \tilde{l}^3 / (48 \tilde{E} \tilde{I})$ определялись при следующих характеристиках случайных величин: $\bar{F} = 20$ кН; $\hat{F} = 0,2$ кН; $\bar{E} = 2 \cdot 10^8$ кПа; $\hat{E} = 2 \cdot 10^6$ кПа, остальные параметры приняты детерминированными ($l = 3$ м; $b = 0,05$ м; $h = 0,2$ м) ввиду малой стохастической изменчивости. Результаты

расчета, полученные с использованием разных программ/модулей, представленные в таблице 4.2, различаются незначительно (значения полученные по МКЭ больше вследствие автоматического учета деформаций сдвига).

Таблица 4.2 – Результаты расчета вероятностных характеристик статического перемещения для системы, показанной на рисунке 4.23

Параметр	VaP	ANSYS Mechanical APDL	ANSYS МКЭ
$\bar{y}_{st}$ (10^{-3} м)	1,68779	1,68784	1,71084
$\hat{y}_{st}$ (10^{-3} м)	$2,39068 \cdot 10^{-2}$	$2,39658 \cdot 10^{-2}$	$2,42449 \cdot 10^{-2}$

Вид графика плотности вероятностей (рисунок 4.24 а, б) соответствует нормальному закону распределения. Отметим, что время, затраченное на решение задачи по формуле для $\tilde{y}_{st}$ с помощью ПК ANSYS, больше чем по VaP на порядок в случае применения в качестве решателя модуля Mechanical APDL, а при решении с использованием МКЭ (модуль Static Structural) – на несколько порядков. Это связано с особенностью реализации вероятностного расчетного модуля ANSYS в варианте с аппроксимациями. При этом отметим, что метамодель (рисунок 4.24, в) слабо нелинейная и хорошо согласуется с аналитическим решением в достаточно широких, но реальных диапазонах возможного изменения E и F .

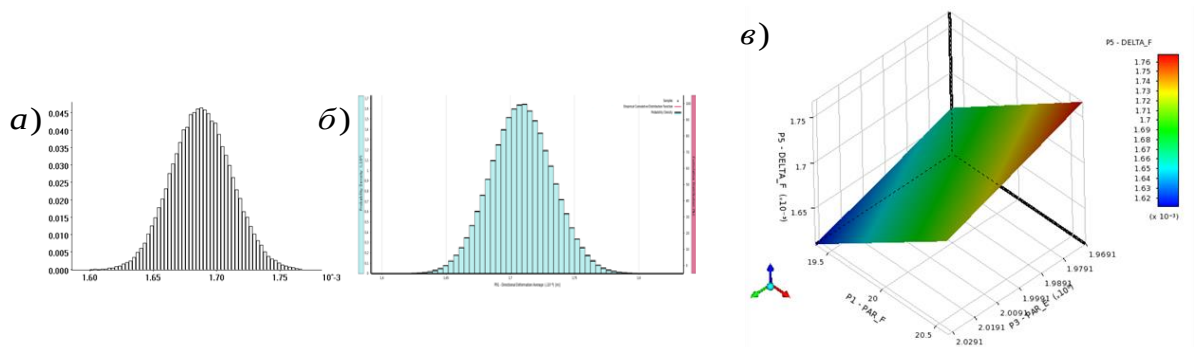


Рисунок 4.24 – Гистограммы статического перемещения $\tilde{y}_{st}$, полученные по VaP (а); по ANSYS Mechanical APDL (б); метамодель зависимости перемещения от F и E (в)

Вычислительными экспериментами обнаружено, что при увеличении количества варьируемых входных параметров для построения качественной метамодели необходимо задавать значительно большее число проектных точек – в разы, если зависимость выходного параметра от входных слабо нелинейная, и на

порядок с каждым новым учитываемым параметром при сильно нелинейной зависимости. Количество проектных точек для каждой задачи должно оцениваться индивидуально последовательными уточнениями. Поскольку количество варьируемых параметров сильно влияет на время компьютерного счета, то при моделировании необходимо оценивать значимость каждого из них.

2. Динамический коэффициент по перемещению массы для системы с одной степенью свободы с учетом демпфирования (2.2): $\tilde{\mu} = \left[\left(1 - \tilde{k}_{\omega F}^2 \right)^2 + \left(\gamma \tilde{k}_{\omega F} \right)^2 \right]^{-1/2}$.

Особенности изменения плотности вероятности и вероятностных характеристик динамического коэффициента в зависимости от рабочей частоты подробно описано в п. 2.2; данные, полученные с использованием ПК ANSYS, хорошо согласуются с аналитическим решением. Так, плотность распределения $p_{\mu}(\mu)$ – кривая №5, показанная на рисунке 2.6, в, полностью совпадает с решением, полученным с помощью ПК ANSYS (рисунок 4.25), при одинаковых исходных данных.

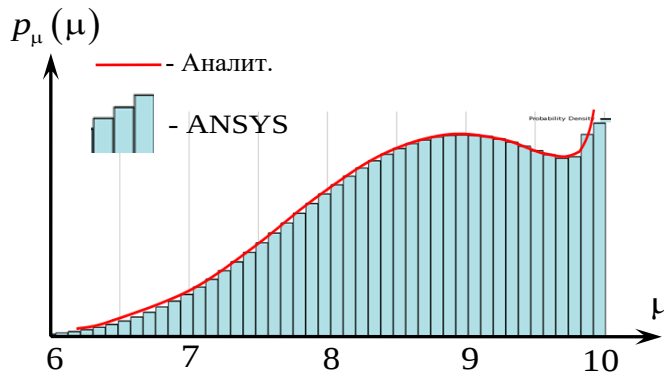


Рисунок 4.25 – Плотность распределения динамического коэффициента μ , полученная по ANSYS Mechanical APDL и аналитическое решение

3. Вертикальное динамическое перемещение массы m (рисунок 4.23, а) определяется с учетом демпфирования по выражению

$$\tilde{y}_{dyn} = \tilde{y}_{st} \tilde{\mu} = \tilde{F} \tilde{l}^3 \cdot \left[48 \tilde{E} \tilde{I} \sqrt{\left(1 - \tilde{k}_{\omega F}^2 \right)^2 + \left(\gamma \cdot \tilde{k}_{\omega F}^2 \right)^2} \right]^{-1}.$$

В расчетах вероятностных характеристик перемещения $\tilde{y}_{dyn}$ были заданы следующие варьируемые параметры: $\tilde{F}$, $\tilde{E}$, $\tilde{k}_{\omega F}$ ($\bar{k}_{\omega F} = 0,97$; $\hat{k}_{\omega F} = 0,01371$). Коэффициент γ был принят детерминированным.

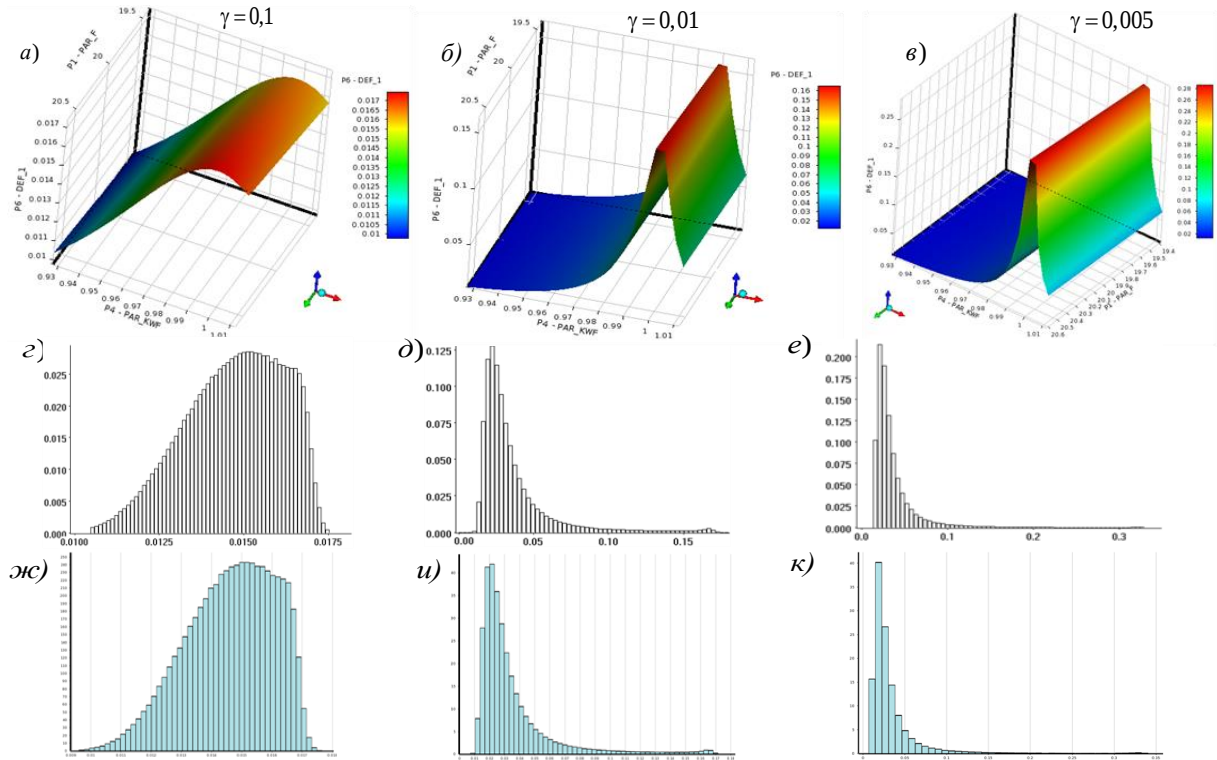


Рисунок 4.26 – Метаповерхности зависимости $\tilde{y}_{dyn}(\gamma, F, k_{\omega})$ (а – в); гистограммы перемещений $\tilde{y}_{dyn}$ по VaP (г – е) и ANSYS Mechanical APDL (ж – к) при разных γ (в разных масштабах)

Результаты вычислений представлены в таблице 4.3 и на рисунке 4.26 при разных значениях γ . Рисунки 4.26, а – в показывают метаповерхности $\tilde{y}_{dyn}(\gamma, F, k_{\omega})$. При малых γ (0,005; 0,01) для получения качественных аппроксимаций требовалось большее количество проектных точек из-за сильной нелинейности зависимости $\tilde{y}_{dyn}(k_{\omega})$ в доверительном интервале значений k_{ω} . На рисунках 4.26, г – к приведены гистограммы $\tilde{y}_{dyn}$ при разных γ (в разных масштабах). Результаты, полученные с применением разных ПК, отличаются незначительно. Отметим, что плотности распределения, согласно гистограммам на рисунках 4.26, г – к, существенно отличны от нормального.

Таблица 4.3 – Результаты расчета вероятностных характеристик динамического перемещения для системы, показанной на рисунке 4.23

ПК	γ	МО, 10^{-3} м	Стандарт, 10^{-3} м
VaP /	0,1	14,7064 / 14,7129	1,46658 / 1,4666
ANSYS Mechanical	0,01	36,5868 / 36,6435	26,2439 / 26,3189
APDL	0,005	40,4086 / 40,4580	41,3332 / 41,3733

Если в качестве математической модели использовать выражение перемещения без учета демпфирования $\tilde{y}_{dyn}^0 = \tilde{y}_{st} \tilde{u}^0 = \tilde{F} l^3 \cdot \left[48 \tilde{E} \tilde{I} \sqrt{(1 - \tilde{k}_{\omega F}^2)^2} \right]^{-1}$, то получаемые в ПК ANSYS метамоделли количественно и качественно сильно отличаются от найденных для перемещения с учетом демпфирования (рисунок 4.26, а – в). Это объясняется тем, что функция $\tilde{y}_{dyn}^0(\tilde{k}_{\omega F})$ имеет разрыв при резонансной частоте ($\tilde{k}_{\omega F} = 1$), а средства построения метамоделей для функций с разрывом в данном ПК отсутствуют. Но в областях, удаленных от разрыва, возможно получение качественных результатов.

Пример Б. Особенностью системы с динамическим гасителем колебаний (рисунок 4.27, а) является наличие рядом с частотой настройки гасителя (рабочей частотой нагрузки) резонансной частоты, меньшей, чем рабочая (рисунок 4.27, б). В зависимости от конструктивных особенностей системы с гасителем и вероятностных свойств входных параметров, зона эффективной работы ДГК может находиться в области сильной нелинейности. Предыдущие исследования показали, что наибольшее влияние на надежность системы оказывают вариации параметров гасителя (массы $\tilde{m}_d$ и жесткости $\tilde{c}_d$) и частоты внешнего воздействия $\tilde{\omega}_F$, поэтому учет стохастических свойств именно этих параметров необходим. При моделировании системы (рисунок 4.27, а) использовались конечные элементы Beam188 (балочный элемент), Mass21 (массы системы и гасителя) и COMBIN14 (упругоподатливый элемент гасителя). Расчет производился с помощью модуля Harmonic Response ПК ANSYS со следующими исходными данными: $\bar{m}_d = 0,1$ т; $\hat{m}_d = 0,0005$ т; $\bar{c}_d = 758,47$ кН/м; $\hat{c}_d = 37,92$ кН/м; $\bar{\omega}_F = 13,861$ Гц ($\bar{k}_{\omega F} = 0,8$ от МО

минимальной собственной частоты незащищенной системы); $\hat{\omega}_F = 0,1386$ Гц .
 Параметры: $F = 20$ кН; $E = 2 \cdot 10^8$ кПа; $l = 3$ м; $b = 0,005$ м; $h = 0,2$ м; $m = 1$ т; частота
 настройки гасителя $\omega_F^* = 13,861$ Гц и параметр демпфирования в гасителе
 $C_{V1} = 200$ Нс/м приняты детерминированными.

Искомými выходными параметрами являются динамические перемещения
 масс системы и гасителя, зависимости которых от частоты внешнего воздействия,
 полученные расчетом в модуле Harmonic Response при вышеуказанных исходных
 данных, показаны на рисунке 4.27, б.

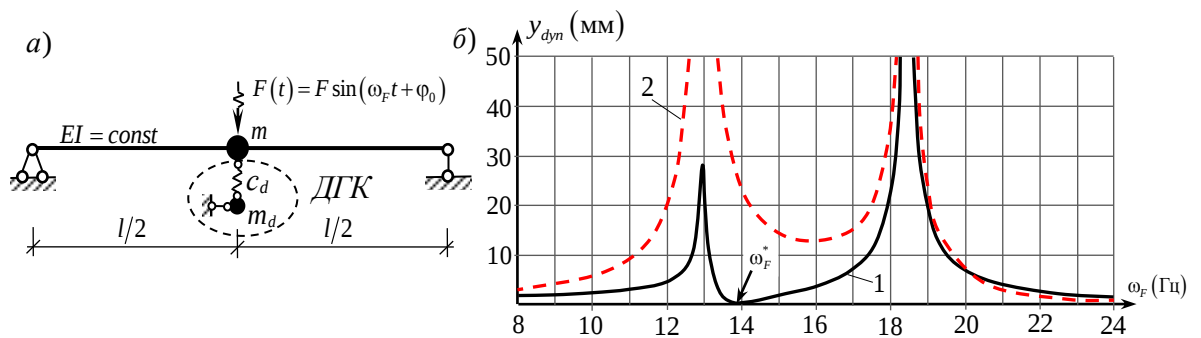


Рисунок 4.27 – Расчетная модель системы с гасителем (а); график зависимости
 перемещения (мм) массы системы (1) и гасителя (2) от частоты ω_F (Гц) (б)

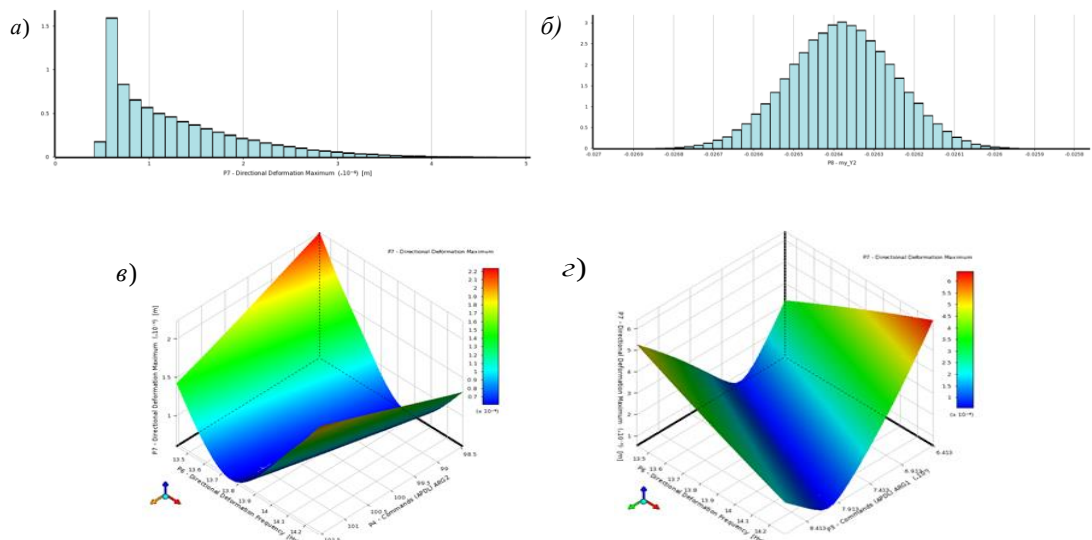


Рисунок 4.28 – Гистограммы перемещений массы системы (а) и массы
 гасителя (б); метаповерхности перемещения массы системы в зависимости
 от частоты и массы гасителя (в); частоты и жесткости гасителя (г)

Найденные с помощью модуля Design Explorer гистограммы перемещений
 массы системы и гасителя представлены на рисунке 4.28, а, б. Видно, что характер

распределения по полученным гистограммам отличен от нормального для перемещения массы системы (рисунок 4.28, а) и практически совпадает с нормальным для перемещения массы гасителя (рисунок 4.28, б). Рисунки 4.28, в, г показывают полученные в ПК ANSYS метаповерхности перемещения массы системы, удовлетворительно иллюстрирующие эффект гашения колебаний с помощью ДГК. Результаты расчета приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.4 – Результаты расчета вероятностных характеристик динамического перемещения для системы, показанной на рисунке 4.27

Параметр	МО, 10^{-3} м	Стандарт, 10^{-3} м
Y_1	$1,3638 \cdot 10^{-3}$	$7,6332 \cdot 10^{-4}$
Y_2	-26,369	0,133

Замечание: если включить в число стохастически варьируемых величин F , E , b , h , C_{v1} , то для приемлемой точности построения метамоделей требуется многократно большие объемы вычислений. Так, при увеличении разброса входных параметров для системы (рисунок 4.27), метамоделей противоречат физическому смыслу и являются некорректными (рисунок 4.29).

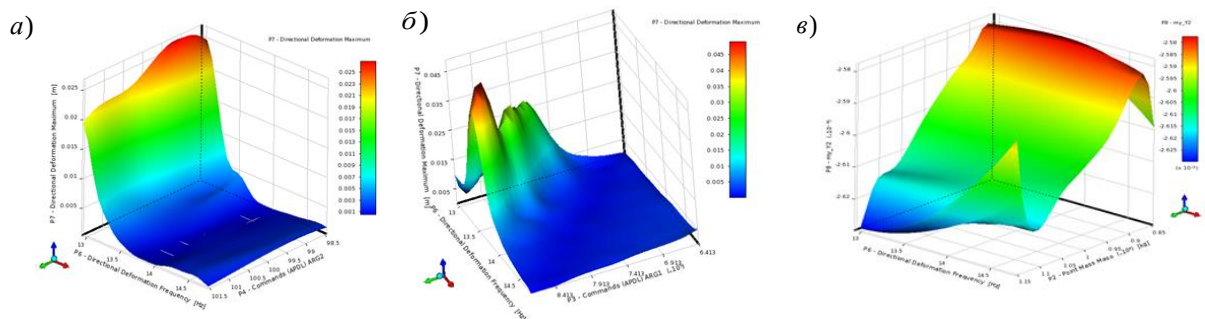


Рисунок 4.29 – Метаповерхности перемещения массы системы в зависимости от частоты и массы гасителя (а); частоты и жесткости гасителя (б); перемещения массы гасителя в зависимости от частоты и массы системы (в) при увеличении разброса входных параметров

В случае пренебрежения демпфированием в системе и гасителе удовлетворительное решение в ПК ANSYS задачи определения вероятностных характеристик выходных параметров возможно только на отдалении от резонансных частот.

В общем случае при вычислении надежности P_s или вероятности отказа P_f по заданным критериям необходимо интегрировать фактически полученную функцию плотности резерва работоспособности: $P_f = \int_{-\infty}^0 p_s(S) dS$.

Например, если в качестве критериев безотказности в динамическом расчете системы с ДГК (рисунок 4.27, а) применить ограничения по перемещениям массы системы и гасителя $Y_1 < [Y_1]$ и $Y_2 < [Y_2]$, то

$$\tilde{S}_1 = [Y_1] - \tilde{Y}_1 \text{ и } \tilde{S}_2 = [Y_2] - \tilde{Y}_2,$$

где $[Y_1]$ и $[Y_2]$ – предельно допускаемые значения перемещений масс системы и гасителя соответственно.

Вычисления путем прямого интегрирования с использованием уточненных (см. выше) описаний плотностей вероятностей перемещений масс дали следующие значения вероятностей отказа: $P_{f,Y_1} = 0,0027834$, $P_{f,Y_2} = 6,118 \cdot 10^{-5}$ при $[Y_1] = 4,5 \cdot 10^{-6}$ м и $[Y_2] = 0,0269$ м соответственно.

Если при вычислении P_f считать распределение $\tilde{S}$ нормальным и применять функцию Лапласа, то получается $P_{f,Y_1} = 2,0 \cdot 10^{-5}$, $P_{f,Y_2} = 3,16 \cdot 10^{-5}$; погрешности 99,29% и 48,40% соответственно – практически недопустимые.

Выводы:

1. Определение вероятностных свойств параметров состояния механических систем в ПК ANSYS на основе аппарата построения метамоделей дает качественно и количественно верные результаты для слабо нелинейных функций.

2. Для систем, параметры состояния которых характеризуются сильно нелинейной зависимостью от входных варьируемых параметров, получение качественных метамоделей требует весьма большого числа проектных точек; и только при относительно небольшом количестве варьируемых параметров (до 4 – 6) необходимых проектных точек может быть столько, что этот вариант расчета сопоставим с непосредственными расчетами по методу Монте-Карло без построения метамоделей.

3. Для получения приемлемых оценок надежности (вероятности отказа) должны использоваться достаточно корректные описания вероятностных характеристик расчетных параметров, для чего необходимо применять ПК с соответствующими возможностями.

4.5. Выводы по главе 4

1. Дана оценка влияния стохастической изменчивости параметров системы, гасителя и нагрузки на надежность системы в целом. Наиболее значимыми и являются частота Ω_F и амплитуда F нагрузки, а также масса гасителя m_d и жесткость c_d его упругого элемента. Вариативность параметров самой системы в меньшей степени влияют на надежность. Изменчивость линейных размеров элементов конструкции ввиду малых разбросов можно не учитывать в задачах определения надежности, а указанные величины считать детерминированными.

Учет вероятностных свойств жесткостных и инерционных параметров системы, даже при низкой вариативности характеристик гасителя, необходимо учитывать, т.к. при отклонении фактически реализуемых параметров от своих проектных значений возможно ухудшение показателей надежности.

2. Предложена методика определения надежности и долговечности системы с гасителем по условию усталостной прочности материала. Показано, что амплитуда цикла напряжений весьма чувствительна к случайным изменениям параметров системы (инерционным и жесткостным), гасителя и нагрузки.

Предложены модели аппроксимации кривых усталости, аналогичных кривым Веллера при ненулевом среднем напряжении цикла. На основании предложенной методики и моделей аппроксимации кривых усталости можно определять количество циклов нагружения, соответствующих допустимой вероятности отказа и вероятность отказа по количеству циклов до наступления усталостного разрушения.

3. Оценено влияние динамических гасителей колебаний на надежность систем с изначально сближенными собственными частотами – надежность в таких системах более чувствительна к случайным отклонениям входных параметров, чем

для систем с разреженным спектром. Показано положительное влияние увеличения массы гасителя на надежность системы.

4. Использование ПК ANSYS в вероятностных расчетах позволяет получать качественно и количественно верные результаты вероятностных расчетов для слабо нелинейных функций.

Использование в ПК ANSYS аппарата построения метамоделей для функций, зависящих от случайных аргументов, характеризующихся сильной нелинейностью, требует большого объема вычислений. Для больших многоэлементных систем при использовании данного ПК для вероятностных расчетов необходимы большие вычислительные мощности.

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

1. Анализ литературных данных показал, что проблема определения надежности гармонически нагруженных систем с динамическими гасителями колебаний на данный момент является недостаточно изученной, хотя в детерминированных постановках вопросы динамического гашения колебаний исследованы достаточно подробно и на высоком уровне, но возможно развитие теории гашения колебаний с позиций теории регулирования НДС. Определена возможность использования известных методов вероятностных расчетов для определения надежности систем с ДГК.

2. Разработан метод для определения характеристик ДГК при использовании комплекса одномассовых динамических гасителей, как регуляторов динамического НДС деформируемой системы с конечным числом степеней свободы при вибрационных нагрузках. Получены в аналитической форме, в удобном для практического использования виде, зависимости для вычисления значений масс и жесткостей гасителей, обеспечивающих выполнение изначально формулируемых требований к перемещениям системы.

3. Количественные значения вероятности отказа / надежности по различным критериям безотказности при варьировании вероятностных характеристик основных расчетных параметров системы, нагрузки и гасителя, свидетельствуют о резком падении надежности до неприемлемых уровней за пределами достаточно узких интервалов рабочих частот, что следует из вероятностных динамических расчетов модельных стержневых систем (незащищенных и с одномассовыми ДГК), выполненные по специально составленным алгоритмам. На основании предложенной обобщенной модели с одной степенью свободы предложен алгоритм упрощенного определения надежности для больших многопараметрических систем с ДГК.

4. На основе анализа влияния стохастической изменчивости параметров конструкций с ДГК на надежность при гармонических нагрузках, определены параметры, отклонения которых имеют наибольшее влияние на надежность

системы, – масса и жесткость гасителя, рабочая частота воздействия. Сформулированы предложения о возможных путях и способах повышения надежности конструкций с динамическими гасителями колебаний (повышение качества контроля за параметрами системы, нагрузки и гасителей; выбор количества и оптимальных параметров гасителей и др.). С помощью разработанного алгоритма определения надежности и долговечности по условию усталостной прочности, с учетом предложенных аппроксимаций кривых усталости материала, выявлены зависимости вероятности отказа от количества циклов для стержневых систем с динамическими гасителями колебаний при гармонических воздействиях.

5. Дана оценка влияния ДГК на надежность систем со сгущенным спектром собственных частот. Выявлена зависимость надежности систем с ДГК от массы гасителя, а именно: с увеличением массы гасителя диапазон рабочих частот, допустимый по требуемой надежности, расширяется. Оценена возможность использования ПК ANSYS в вероятностных расчетах динамически деформируемых систем с ДГК. Определены условия применимости указанного ПК и возможные риски получения некорректных результатов при вычислениях надежности систем с динамическими гасителями колебаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абовский Н.П. Управляемые конструкции : учеб. пособие. Красноярск : КрасГАСА, 1998. 433 с.
2. Адегова Л.А., Рудзей Г.Ф. Совершенствование методики численного прогнозирования усталостной долговечности на основе модифицированных кривых усталости // Проблемы оптимального проектирования сооружений: доклады 3-й Всероссийской конференции. Новосибирск, 15 – 17 апреля, 2014 г. Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2014. С. 17 – 24.
3. Алексеев А.М., Сборовский А.К. Судовые виброгасители. Л. : Судпромгиз, 1962. 196 с.
4. Аугусти Г., Баратта А., Кашмата Ф. Вероятностные методы в строительном проектировании / Пер. с англ. Ю.Д. Сухова. М. : Стройиздат, 1988. 580 с.
5. Бакиров Ж.Б., Танирбергерова А.А. Автоматизация численного расчета вероятностных характеристик напряжений // Научный вестник НГТУ. 2012. № 3(48). С. 77 – 86.
6. Беляев Б.И. Статистический метод определения нормативных напряжений для стальных конструкций // Строительная промышленность. 1954. №3. С. 32 – 37.
7. Беляев Б.И. Статистический метод расчета железобетонных конструкций // Строительная промышленность. 1957. №8. С. 31 – 39
8. Болотин В.В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М. : Наука, 1971. 256 с.
9. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Стройиздат, 1981. 351 с.
10. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М. : Машиностроение, 1984. 312 с.
11. Ведяков И.И., Райзер В.Д. Надежность строительных конструкций. Теория и расчет. М.: Изд-во АСВ, 2018. 414 с.

12. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. М. : Высшая школа, 2000. 480 с.
13. Веселов Ю.А., Демченко Д.Б. Основы теории надежности строительных конструкций. Ростов-на Дону : Из-во «Тера», 2001. 384 с.
14. Воробьев А.З., Олькин Б.И., Стебенев В.Н, Родченко Т.С. Сопротивление усталости элементов конструкций. М. : Машиностроение, 1990. 240 с.
15. Гениев Г.А. О применении прямых методов математического анализа в задачах оптимизации характеристик надежности комбинированных строительных конструкций // Изв. вузов. Строительство. 2000. № 1. С. 16 – 21.
16. Гениев Г.А. Вопросы оптимизации расхода материалов в многоэлементных системах с позиций минимальной вероятности их отказа // Изв. вузов. Строительство. 2002. № 1-2. С. 17 – 22.
17. Герасимов Е.П. Использование вероятностных методов для вычисления нормативной надежности по трещиностойкости железобетонных изгибаемых элементов // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. 2018. № 1(44). С. 55 – 60.
18. Герасимов .П. К вопросу нормирования надежности по деформациям железобетонных изгибаемых конструкций // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2019. Т. 21. № 5. С. 115 – 126.
19. Герасимов Е.П. К определению нормативной надежности по деформациям железобетонных изгибаемых конструкций с учетом эстетико-психологических требований // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. 2019. № 1(48). С. 57 – 62.
20. Гербер Ю.А. О влиянии динамического гасителя колебаний на надежность стержневых систем при гармонических воздействиях по различным критериям безотказности // Творчество молодых – инновационному развитию Казахстана : Материалы Междунар. науч.-техн. конф. студентов, магистрантов и молодых ученых 9 – 10 апреля 2015 г. Усть-Каменогорск : ВКГТУ, 2015. Ч. I. С. 89 – 94.

21. Гербер Ю.А., Себешев В.Г. Надежность стержневых систем с динамическим гашением колебаний в областях сгущения спектра собственных частот // Труды НГАСУ. 2018. Т. 21, №1(67). С. 59 – 74.
22. Гербер Ю.А., Себешев В.Г. Особенности расчета надежности динамически нагруженных систем с учетом эффекта нелинейности амплитудно-частотных характеристик в резонансных зонах // Изв. вузов. Строительство. 2017. № 5. С. 5 – 16.
23. Гоц А.Н. Расчеты на прочность деталей ДВС при напряжениях, переменных во времени : учеб. пособие. Владимир : Ред.-издат. компл. ВлГУ, 2005. 124 с.
24. Гребенюк Г.И., Вешкин М.С. Расчёт упругих стержневых систем на динамические воздействия с использованием модели «комплексной жесткости для внутреннего трения в материалах // Изв. вузов. Строительство. 2020, №5. – С. 18 - 30.
25. Ден-Гартог Дж.П. Механические колебания / Перевод с четвертого американского издания Обморщева А.Н. Под редакцией Мейнгард С.А. М. : Гос. изд-во физ. мат литер, 1960. 580 с.
26. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия. Справочник проектировщика / Под ред. Б.Г. Коренева, И.М. Рабиновича. М. : Стройиздат, 1981. 215 с.
27. Дривинг А.Я. Вероятностно-экономический метод в нормах расчета строительных конструкций // Строительная механика и расчет сооружений. 1982. № 3. С. 7 – 11.
28. Дукарт А.В. Нестационарные колебания системы с ударным гасителем при кинематическом возбуждении // Техническая механика / Ин-т техн. механики НАН Украины, 1999. № 2. С. 76 – 84.
29. Дукарт А.В. Задачи теории ударных гасителей колебаний : моногр. М. : Изд-во АСВ, 2006. 205 с.
30. Дукарт А.В. Оптимальные параметры и эффективность одномассового динамического гасителя колебаний с вязким трением при периодической

возмущающей нагрузке типа «прямоугольный синус» // Вестник МГСУ, 2009. № 4, С. 92 – 100.

31. Дукарт А.В. Об эффективности двухмассового динамического гасителя колебаний с ударным звеном и частотно-независимым трением при гармонических воздействиях // Изв. вузов. Строительство. 2009. № 1. С. 7 – 20.

32. Дукарт А.В. Об установившихся колебаниях двухмассовой системы с демпфированием при произвольной периодической возмущающей нагрузке // Изв. вузов. Строительство. 2009. № 3-4. С. 3 – 13.

33. Дукарт А.В. Об эффективности одномассового динамического гасителя колебаний при негармонических периодических возмущающих нагрузках // Изв. вузов. Строительство. 2010. № 2. С. 80 – 89.

34. Дукарт А.В. К определению установившихся колебаний линейной системы при произвольной периодической возмущающей нагрузке // Изв. вузов. Строительство. 2015. № 8. С. 5 – 12.

35. Дукарт А.В. Стационарные режимы колебаний линейной неконсервативной системы при периодических воздействиях произвольного вида // Изв. вузов. Строительство. 2015. № 9. С. 5 – 11.

36. Дукарт А.В. К определению стационарных режимов колебаний линейной консервативной системы с двумя степенями свободы. Часть 1. Периодическое воздействие произвольного вида // Изв. вузов. Строительство. 2016. № 4. С. 5 – 11.

37. Дукарт А.В. К определению стационарных режимов колебаний линейной консервативной системы с двумя степенями свободы. Часть 2. Антисимметрическое периодическое воздействие // Изв. вузов. Строительство. 2016. № 5. С. 5 – 10.

38. Дукарт А.В., Олейник А.И. О применении многомассовых динамических гасителей колебаний для повышения долговечности строительных конструкций и сооружений // Московский государственный строительный университет. Городская научно-практическая конференция. Современные

технологии в строительстве. Образование, наука, практика : М. : Изд-во АСВ, 2001. С. 179 – 185.

39. Дукарт А.В., Олейник А.И. К оценке долговечности конструкций и сооружений, оборудованных многомассовыми динамическими гасителями колебаний // Промышленное и гражданское строительство. 2001. № 9. С. 21 – 23.

40. Дукарт А.В., Олейник А.И. Динамический расчет балок и рам: учеб. Пособие. М. : Изд-во АСВ, 2002. 144 с.

41. Дукарт А.В., Олейник А.И. Оптимизация структуры и оценка эффективности модифицированных многомассовых динамических гасителей колебаний // Изв. вузов. Строительство. 2002. № 8. С. 129 – 135.

42. Дукарт А.В., Олейник А.И. О применении многомассовых динамических гасителей колебаний для виброзащиты высотных зданий башенного типа при сейсмических воздействиях // Изв. вузов. Строительство. 2003. № 11. С. 4 – 10.

43. Дукарт А.В., Олейник А.И. Об эффективности виброзащиты сооружений башенного типа при ветровой нагрузке с помощью многомассовых динамических гасителей колебаний // Изв. вузов. Строительство. 2003. № 5. С. 133 – 139.

44. Дукарт А.В., Олейник А.И. Об использовании структурного фактора многомассовости в задачах синтеза пассивных демпфирующих систем повышенной эффективности // Изв. вузов. Строительство. 2004. № 6. С. 16 – 21.

45. Дукарт А.В., Олейник А.И. Инженерные проблемы виброзащиты строительных конструкций с помощью модифицированных многомассовых динамических гасителей колебаний // Изв. вузов. Строительство. 2004. № 7. С. 4 – 11.

46. Дукарт А.В., Олейник А.И. О влиянии нелинейности параметров подстроечного звена двухмассового динамического гасителя на его эффективность при гармоническом воздействии с нестабильной частотой // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2013. № 8. С. 13 – 21.

47. Дукарт А.В., Олейник А.И. Об эффективности динамических гасителей при пусковом режиме прохождения виброизолированной конструкции через резонанс // Изв. вузов. Строительство. 2014. № 4. С. 13 – 22.
48. Дукарт А.В., Олейник А.И. Двухслойный континуальный гаситель колебаний // Изв. вузов. Строительство. 2014. № 8. С. 5 – 13.
49. Дукарт А.В., Олейник А.И. Динамические гасители колебаний конструкций. М. : Изд-во АСВ, 2015. 248 с.
50. Дукарт А.В., Олейник А.И. Об эффективности применения динамических гасителей в пуско-остановочных режимах колебаний защищаемых конструкций // Теория и практика расчета зданий, сооружений и элементов конструкций. Аналитические и численные методы [Электронный ресурс]: сборник докладов и тезисов Международной научно-практической конференции, посвященной 90-ю со дня рождения профессора Н.Н. Леонтьева и 110-летию со дня рождения профессора В.З. Власова (г. Москва, 21 июня 2017 г.) : Изд-во Моск. гос. строит. ун-та, 2017 С. 7 – 14.
51. Дукарт А.В., Фам Вьен Нгок К определению оптимальных параметров динамического гасителя при периодическом импульсивном воздействии с нестабильной частотой // Вестн. МГСУ. 2010. № 3. С. 113 – 117.
52. Дукарт А.В., Фам Вьен Нгок Оптимальные параметры и эффективность динамического гасителя с частотно-независимым трением в режиме основного импульсного резонанса // Изв. вузов. Строительство. 2010. № 7. С. 89 – 97.
53. Дукарт А.В., Фам Вьен Нгок Об эффективности двухмассового динамического гасителя колебаний при периодическом импульсивном воздействии // Вестн. МГСУ. 2011. № 5. С. 253 – 260.
54. Дукарт А.В., Фам Вьен Нгок, Об эффективности динамического гасителя колебаний с вязким трением при действии периодических импульсов конечной длительности // Изв. вузов. Строительство. 2012. № 11-12. С. 3 – 10.
55. Дукарт А.В., Фам Вьен Нгок, Фам Тхань Бинь К определению свободных колебаний двухмассовой системы с демпфированием // Изв. вузов. Строительство. 2011. № 5. С. 98 – 106.

56. Дукарт А.В., Фам Вьен Нгок, Фам Тхань Бинь О переходных режимах колебаний защищаемого объекта с гасителем, расположенного на поддерживающей конструкции, при действии на нее одиночного импульса // Изв. вузов. Строительство. 2012. № 5. С. 117 – 126.

57. Дукарт А.В., Фам Вьен Нгок, Фам Тхань Бинь Об эффективности динамического и ударного гасителей при изгибных колебаниях стержней, вызванных действием периодических импульсов // Изв. вузов. Строительство. 2012. № 9. С. 3 – 12

58. Дукарт А.В., Фам Вьен Нгок, Фам Тхань Бинь Переходные режимы колебаний консольного стержня с присоединенным гасителем при заданных начальных условиях // Вестник МГСУ. 2013. № 3. С. 53-60.

59. Дукарт А.В., Фам Тхань Бинь Свободные колебания одномассовой системы с ударным гасителем одностороннего действия // Вестн. МГСУ. 2011. № 8. С. 164 – 171.

60. Дукарт А.В., Фам Тхань Бинь Стационарные колебания системы с ударным гасителем при действии периодических импульсов конечной длительности // Вестн. МГСУ. 2012. № 4. С. 44 – 50.

61. Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В., Большаков Р.С. Обобщенная теория динамического гасителя колебаний в системе с несколькими степенями свободы // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2011. Вып. 1 (29) С. 45 – 52.

62. Елисеев С.В., Нерубенко Г.П. Динамические гасители колебаний. Новосибирск : Наука, 1982. 144 с.

63. Игнатьев В.А. Редукционные методы расчета в статике и динамике пластинчатых систем. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1992. 144 с.

64. Иосилевский Л.И. Практические методы управления надежностью железобетонных мостов. 2-е изд., испр. и доп. М. : НИЦ «Инженер», 2001. 295 с.

65. Капур К., Ламберсон Л. Надежность и проектирование систем. М.: Мир, 1980. 604 с.

66. Карамышкин В.В. Динамическое гашение колебаний / Под ред. К.М. Рагульска. Л. : Машиностроение. Ленингр. отд-ние, Б-ка инженера. Вибрационная техника, 1988. – Вып. 12. 108 с.
67. Клевцов В.А., Кузеванов Д.В. Вопросы проектирования конструкций с использованием теории надежности // Бетон и железобетон. 2009. № 2. С. 9 – 13.
68. Коренев Б.Г., Резников Л.М. О колебаниях конструкций с динамическими гасителями при стационарных случайных воздействиях // Строительная механика и расчет сооружений. 1969. № 4. С.33 – 39
69. Коренев Б.Г., Резников Л.М. Динамические гасители колебаний. Теория и технические приложения. М. : Наука, 1988. 304 с.
70. Краковский М.Б. Определение надежности конструкций методами статистического моделирования // Строительная механика и расчет сооружений. 1982. № 2. С. 10 – 13.
71. Краснощеков Ю.В., Карпова А.А. Вероятностная модель коэффициента надёжности по бетону при сжатии // Техника и технологии строительства. – 2021. – № 4(28). – С. 4-8.
72. Краснощеков Ю.В. Вероятностный расчет строительных конструкций с учетом асимметрии распределения случайных величин и функций // Вестник СибАДИ. – 2020. – Т. 17. – № 5(75). – С. 636-650.
73. Краснощеков Ю.В. Учет изменчивости постоянных нагрузок при расчете конструкций зданий и сооружений // Вестник СибАДИ. – 2018. – Т. 15. – № 1(59). – С. 88-97.
74. Кренделл С. Случайные колебания. М. :Изд-во Мир, 1967. 356 с.
75. Кудзис А.П. О вероятностном расчете железобетонных конструкций // Бетон и железобетон. 1988. - № 7. - С. 41 – 42.
76. Лантух-Лященко А.И. Концепция надежности в Еврокоде // Мости та тунелі: теорія, дослідження, практика. 2014. №6. С. 79 – 88.
77. Лужин О.В. Вероятностные методы расчета сооружений. М. : МИСИ им. Куйбышева, 1983. 122 с.

78. Лычев А.С. Надежность строительных конструкций. М. : АСВ, 2008. 184 с.
79. Лычев А.С. Оценка надежности технической строительной системы // Изв. вузов. Строительство. 2000. №11.
80. Ляхович Л.С. Особые свойства оптимальных систем и основные направления их реализации в методах расчета сооружений : моногр. Томск : Изд-во Том. гос. архитектур.-строит. ун-та, 2009. 372 с.
81. Манапов А.З., Пикулев Н.А. Оптимальные параметры группы гасителей при нестабильной частоте гармонического воздействия // Строительная механика и расчет сооружений. 1975. №1. С 33 – 35.
82. Мкртычев О.В., Дорожинский В.Б., Сидоров Д.С. Надежность строительных конструкций при взрывах и пожарах : монография. М. : Изд-во АСВ, 2016. 174 с.
83. Мкртычев О.В., Райзер В.Д. Теория надежности в проектировании строительных конструкций : монография. М. : Изд-во АСВ, 2016. 906 с.
84. Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж. Демпфирование колебаний: Пер. с англ. М. : Мир, 1988. 448 с.
85. Нестерова О.П., Уздин А.М. Особенности работы динамических гасителей колебаний при силовом и кинематическом (сейсмическом) возмущении демпфированных сооружений // Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук. – 2016. – № 2(92). – С. 84-89.
86. Нестерова О.П., Уздин А.М. Эффективность динамических гасителей колебаний для массивных сооружений на нескальных основаниях // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2021. – № 1. – С. 20-25.
87. Олейник А.И. К оценке эффективности многомассовых динамических гасителей колебаний // Исследования и методы расчета строительных конструкций и сооружений. Алматы : КазГАСА, 1996. С. 56 – 61.
88. Олейник А.И. Анализ эффективности многомассовых динамических гасителей колебаний // Строительные конструкции и безопасность сооружений. Алматы : КазГАСА, 1999. С. 71 – 81.

89. Остроумов Б.В. Гашения автоколебаний высотных сооружений поперек ветрового потока с помощью динамического гасителя колебаний в виде перевернутого маятника // Изв. вузов. Строительство. 2002. № 9. С. 36 – 39.

90. Павлов П.А. Основы инженерных расчетов элементов машин на усталость и длительную прочность. Л. : Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1988. 252 с.

91. Пановко Я.Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. М. : Физматиз, 1960. 196 с.

92. Перельмутер А.В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций. М. : Изд-во АСВ, 2007. 254 с.

93. Почтман Ю.М., Харитон Л.Е. Оптимальное проектирование конструкций с учетом надежности // Строительная механика и расчет сооружений. 1976. № 6. С. 8 – 15.

94. Пикулев Н.А., Эрделевский А.Н. К вопросу проектирования группы виброгасителей с учетом расстройек // Строительная механика и расчет сооружений. 1971. №5. С 4 – 9.

95. Пикулев Н.А., Манапов А.З. К расчету группы виброгасителей на прочность выносливость // Строительная механика и расчет сооружений. 1977. №2. С 33 – 35.

96. Пшеничкин А.П., Гарагаш Б.А. Вероятностный расчет зданий массовой застройки на неоднородно деформируемых основаниях // Надежность и долговечность строительных конструкций. Волгоград : Изд-во ВПИ. 1974. С. 27 – 54.

97. Пшеничкин А.П. Вероятностный расчет железобетонных балок и плит на стохастическом основании с учетом фактора времени основаниях // Надежность и долговечность строительных конструкций. Волгоград : Изд-во ВПИ. 1976. Вып. 2. С. 7 – 26.

98. Пшеничкин А.П., Пшеничкина В.А. Надежность зданий и оснований в особых условиях : [учеб. пособие]. Волгоград :Изд-во ВолгГАСУ, 2009. 218 с.

99. Пшеничкина В.А., Золина Т.В., Дроздов В.В., Харланов В.Л. Методика оценки сейсмической надежности зданий повышенной этажности // Вестник Волгогр. гос. архит.-строит. ун-та. Сер. : Стр-во и архит., 2011. Вып. 25(44). С. 50 – 56.
100. Райзер В.Д. Расчет и нормирование надежности строительных конструкций. М. : Стройиздат, 1978. 344 с.
101. Райзер В.Д. Теория надежности в строительном проектировании: моногр. М. : Изд-во АСВ, 1998. 304 с.
102. Райзер В.Д. Теория надежности сооружений. Научное издание. М. : Изд-во АСВ, 2010. 384 с.
103. Райзер В.Д. Вероятностные методы в анализе надежности и живучести сооружений. Научное издание. М. : Изд-во АСВ, 2018. 396 с.
104. Райзер В.Д. Очерк развития теории надежности и норм проектирования строительных конструкций // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2014, №2. С. 29 – 35.
105. Райзер В.Д. К оценке риска при проектировании с учетом износа несущих элементов // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2016, №1. С. 33 – 36.
106. Резников Л.М. Выбор оптимальных параметров динамического гасителя при прохождении через резонанс // Динамика сооружений. М. : Стройиздат, 1968. С. 157 – 162.
107. Резников Л.М. Вероятностный анализ системы с динамическим гасителем // Машиноведение. 1969. №2. С. 25 – 31.
108. Резников Л.М. О вычислении дисперсий координат многомассовых систем в переходном режиме при стационарных случайных воздействиях // Прикладная механика. Киев, 1976. Т 12. №4. С. 109 – 115.
109. Резников Л.М. О некоторых особенностях поведения систем в переходном режиме при случайных воздействиях // Строительная механика и расчет сооружений. 1976. № 4. С. 57 – 58.

110. Резников Л.М. Определение корреляционных моментов координат многомассовой системы при нестационарных случайных кинематических возмущениях // Колебания, прочность и устойчивость сложных механических систем. Киев : Наукова думка, 1979. С. 147 – 154.

111. Резников Л.М. Статистические характеристики колебаний механических систем при широкополосных случайных воздействиях // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1984. № 4. С. 35 – 37.

112. Резников Л.М., Фишман Г.М. Эффективность динамических гасителей колебаний при нестационарных случайных воздействиях // Строительная механика и расчет сооружений. 1981. № 1. С. 59 – 56.

113. Резников Л.М., Фишман Г.М. Оптимальные параметры и эффективность динамического гасителя колебаний при широкополосных случайных воздействиях // Машиноведение. 1981. №3. С. 36 – 41

114. Рекомендации по проектированию гасителей колебаний для защиты зданий и сооружений, подверженных горизонтальным динамическим воздействиям от технологического оборудования и ветра. М. : Стройиздат, 1978. 67 с.

115. Ржаницын А.Р. Определение коэффициента запаса прочности сооружений // Строит-ная пром-ть. 1947. № 8.

116. Ржаницын А.Р. Вопросы безопасности и прочности строительных конструкций / Сб. ст. под ред. А.Р. Ржаницына. М. : Стройиздат, 1952. 178 с.

117. Ржаницын А.Р. Развитие в СССР вероятностных методов расчета сооружений // Строительная механика и расчет сооружений. 1967. №4. С. 23 – 26.

118. Ржаницын А.Р. Теория расчета строительных конструкций на надежность. М. : Стройиздат, 1978. 239 с.

119. Ржаницын А.Р., Снарскис Б.И., Сухов Ю.Д. Основные положения вероятностно-экономической методики расчета строительных конструкций. // Строительная механика и расчет сооружений. 1979. №3. С. 67 – 71.

120. Рудзей Г.Ф. О взаимосвязи параметров кривой усталости и возможности прогнозирования усталостной долговечности элементов конструкций // Деформация и разрушение материалов. 2014. № 1. С. 41 – 48.

121. Себешев В.Г., Никифоров В.В. Вероятностные свойства геометрических характеристик прокатных профилей // Известия вузов. Строительство. 1994. № 7,8. С. 11 – 16.

122. Себешев В.Г. Особенности работы статически неопределимых систем и регулирование усилий в конструкциях : учеб. пособие. Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2009. 164 с.

123. Себешев В.Г. Динамика деформируемых систем с конечным числом степеней свободы масс : учеб. пособие. Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2011. 227 с.

124. Себешев В.Г. Комплексная оценка надежности конструкции с регулируемыми параметрами напряженно-деформированного состояния // Изв. вузов. Строительство. 2011. № 11. С. 113 – 120.

125. Себешев В.Г., Гербер Ю.А. Оценка надежности и долговечности по условию усталостной прочности стержневых систем с динамическим гасителем колебаний при гармонических воздействиях // Проблемы оптимального проектирования сооружений: доклады 3-й Всероссийской конференции, Новосибирск, 15–17 апреля, 2014 г. Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2014. С. 367 – 380.

126. Себешев В.Г. Об оценке влияния стохастических свойств расчетных параметров на надежность систем с регуляторами напряженно-деформированного состояния // Материалы VIII Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные вопросы строительства». Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2015. С. 3 – 11.

127. Себешев В.Г. Расчет надежности сооружений и конструкций по обобщенным характеристикам и условиям безотказности // Изв. вузов. Строительство. 2016. № 6. С. 13 – 31.

128. Себешев В.Г. Расчет надежности сооружений и конструкций по поликритериальным и обобщенным условиям безотказности // Известия Петербургского университета путей сообщения, 2017. № 1 (т.14). С.165 – 174.

129. Себешев В.Г., Гербер Ю.А. Анализ влияния стохастической изменчивости параметров конструкций с динамическими гасителями колебаний на надежность при гармонических нагрузках // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2014. № 4. С. 93 – 105.

130. Себешев В.Г., Гербер Ю.А. Регулирование динамическими гасителями колебаний напряженно-деформированного состояния и надежности систем с сосредоточенными массами при гармонических воздействиях // Изв. вузов. Строительство. 2019. № 9. С. 5 – 18.

131. Себешев В.Г., Гербер Ю.А. Регулирование с помощью динамических гасителей колебаний напряженно-деформированного состояния систем с конечным числом степеней свободы при гармонических воздействиях (решение в перемещениях масс с матрицей жесткости) // Изв. вузов. Строительство. 2021. № 6. С. 5 – 19.

132. Селезнева Е.Н. Расчет оптимальных параметров динамического гасителя // Материалы по металлическим конструкциям. 1973. -Вып. 17. С. 107 – 115.

133. Складнев Н.Н., Дрейер Ф.Э. О вероятностном расчете и проектировании железобетонных изгибаемых элементов // Строительная механика и расчет сооружений. 1983. - № 3. - С. 1-4.

134. Складнев Н.Н., Федяев А.А. О методике определения коэффициента надежности по назначению // Строительная механика и расчет сооружений. 1987. - № 2. - С. 3-6.

135. Снаркис Б.И. К статико-экономическому обоснованию запасов несущей способности конструкций // Труды АН Литовской ССР. 1962. №1(32). 1963. С. 27 – 49

136. Сорокин Е.С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем. М. : Стройиздат, 1960. 131с.

137. Смирнов А.Ф., Александров А.В., Лащеников Б.Я., Шапошников Н.Н. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений. Под ред. А.Ф. Смирнова. М. : Стройиздат, 1984. 416 с.
138. СП 413.1325800.2018 Здания и сооружения, подверженные динамическим воздействиям. Правила проектирования. М. : Минстрой России, 2018. 45 с.
139. Справочник по динамике сооружений. Под ред. Б.Г. Коренева, И.М. Рабиновича. М. : Стройиздат, 1972. 511 с.
140. Стрелецкий Н.С. Об исчислении запасов прочности сооружений. // сборник трудов МИСИ, 1938. №1. С. 4 – 32.
141. Стрелецкий Н.С. Основы статистического учета коэффициентов запаса прочности сооружений. М. : Стройиздат, 1947. 92 с.
142. Стрелецкий Н.С. К вопросу развития методики по предельным состояниям // Развитие методики по предельным состояниям. М. : Стройиздат, 1997. 184 с.
143. Таль К.Э. О совершенствовании принципов определения надежности строительных конструкций // Строительная механика и расчет сооружений. 1975. №5. С. 50 – 51.
144. Таль К.Э. О совершенствовании нормируемых методов расчета железобетонных конструкций // Бетон и железобетон. 1977. № 5. С. 20 – 21.
145. Тимашев С.А. Надежность больших механических систем. М. : Наука. 1982. 184 с.
146. Тимашев С.А. Инфраструктуры в 2-х частях. Том 1. Надежность и долговечность. Екатеринбург : Изд-во НИСО УрО РАН, 2016. 530 с.
147. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле / Пер. с англ. Л.Г. Корнейчука; Под ред. Э.И. Григолюка. М. : Машиностроение, 1985. 472 с.
148. Тимошенко С.П. Прочность и колебания элементов конструкций. М. : Глав. ред. физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1975 – 704 с.

149. Уткин В.С., Соловьев С.А. Расчет надежности грунтового основания фундамента по критерию осадки при реконструкции сооружения с возрастанием нагрузки // Строительство и реконструкция. 2018. № 2(76). С. 76 – 84.
150. Уткин В.С. Расчет надежности висячих железобетонных свай в грунте основания // Строительная механика и расчет сооружений. 2018. № 1(276). С. 31 – 36.
151. Уткин В.С., Соловьев С.А., Ярыгина О.В. Расчет несущих элементов конструкций по заданному значению надежности при неполной статистической информации // Строительство и реконструкция. 2020. № 1(87). С. 81 – 91.
152. Федеральный закон от 30.12.2009 № 384-ФЗ «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений»
153. Филин А. П. Прикладная механика твердого деформируемого тела, т. I. М. : Наука, Глав. ред. физ.-мат. лит., 1975. 832 с.
154. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела: Сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики. Т. III. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. литературы, 1981. 480 с.
155. Хоциалов Н.Ф. Запасы прочности // Строит. пром-сть. 1929. № 10. С. 840 – 844.
156. Хоциалов Н.Ф. Массовый анализ в железобетонном деле // Строит. пром-сть. 1932. № 1. С.150 – 154
157. Цейтлин А.И., Гусева Н.И. Статистические методы расчета сооружений на групповые динамические воздействия. М. : Стройиздат, 1979. 176 с.
158. Чаускин А.Ю., Пшеничкина В.А. Вероятностный расчет нелинейной динамической системы на сейсмическое воздействие уровня МРЗ // Вестник Волгогр. гос. архит.-строит. ун-та. Сер. : Стр-во и архит., 2017. Вып. 47(66). С. 82 – 92.
159. Чирков В.П. Прикладные методы теории надежности в расчетах строительных конструкций: учеб. пособие. М. :Маршрут, 2006. 620 с.

160. Шеин А.И., Земцова О.Г. Оптимизация некоторых параметров многомассовых гасителей колебаний // Региональная архитектура и строительство. 2008. № 2. С 78 – 86.
161. Шеин А.И., Земцова О.Г. Схема и теория гасителей пространственных колебаний сооружений // Региональная архитектура и строительство. 2010. № 1. С 45 – 52.
162. Шеин А.И., Земцова О.Г. Оптимизация многомассовых гасителей колебаний при гармоническом воздействии // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2010. №1. С. 113-122.
163. Шор Я.Б. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. М. : Советское радио, 1962. 552 с.
164. Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций / Перевод с немецкого О.О. Андреева. М. : Стройиздат, 1994. 288 с.
165. Brock J.E. A note on the damped vibration absorber // J. Appl. Mech. 1946. V.13. №4. 284 pp.
166. Buchholdt H.A., Moossavi Nejad S.E. Structural Dynamics for Engineers. Second edition. London, ICE Publishing, 2012. 318 pp.
167. Chopra A.K. Dynamics of Structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. Third Edition. New Jersey, Upper Saddle River, 2007. 876 p.
168. Cornell C.A., A Probability Based Structural Code // ACI-Journal No. 12, Vol. 66, 1969. pp. 974-985.
169. Dan M. Frangopol, Mitsuo Kawatani & Chul-Woo Kim. Reliability and Optimization of Structural Systems: Assessment, Design and Life-Cycle Performance. London, Taylor & Francis Group, 2007. 269 pp.
170. Ditlevsen O., Madsen H.O. Structural Reliability Methods // John & Wiley Sons Ltd, Chichester, 1996.
171. Ditlevsen O. Generalized second moment reliability index. Journal of Structural Mechanics, 1979. №7. 435 – 451.
172. Ellingwood B.R. Acceptable risk bases for design of structures // Progress in Structural Engineering and Materials. 2001. Vol. 3, № 2. pp. 170 – 179.

173. Faber M.H. On the treatment of uncertainties and probabilities in engineering decision analysis. *J. Offshore Mech. Arctic Eng.* 127:, 2005. Pp/ 243–248.
174. Ferry-Borges J., Castanheta M. *Structural Safety* // *Laboratório Nacional de Engenharia Civil*, Lissabon, 1971.
175. Freudenthal A.M. Safety and probability of structural failure // *Proc. ASCE*. 1954. № 408.
176. Freudenthal A.M. Safety and Probability in Structural Failure, *Transactions ASCE*, Vol. 121, 1956, pp. 1337 – 1375.
177. Freudenthal A.M. Safety and Probability in Structural Design, *I Struct Div Proc ASCE*, 78, ST3, 1961, pp. 814–823.
178. Gerber Yu.A., Danilov M.N., Sebeshev V.G. Probabilistic analysis and reliability evaluation of the harmonically loaded rod systems with dynamic vibration dampers, based on the use of modern software complexes // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, Volume 456 (2018) 012042. pp. 1 – 8
179. Gerber Yu.A., Sebeshev V.G. The use of reduced models in the reliability analysis of deformable systems with dynamic vibration dampers // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, Volume 1425 (2020) 012038. pp. 1 – 11.
180. Gerber Yu.A., Sebeshev V.G. Regulation of dynamic stress-strain state and reliability of deformable systems with vibration dampers under harmonic loads // *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, Volume 972 (2020) 012013. pp. 1 – 9.
181. Hasofer, A.M., Lind N. C. An Exact and Invariant First Order Reliability Format // *Proc. ASCE, J. Eng. Mech. Div.*, 1974. pp. 111-121.
182. Ikago K., Saito K., Inoue N. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper // *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2012. 41(3) pp. 453 – 474.
183. Johnson A.I. Strength, safety and economical dimensions of structures // *Bill. Div. Struct. Engng, Roy. Inst. Technology, Stockholm*. 1953. №12.
184. Liebowitz H. *Fracture. An advanced treatise*. Volume 3. Engineering fundamental and environmental effects. School of Engineering and Applied Science The

George Washington University, Washington, D.C. Academic Press. New York and London, 1971.

185. Lewis F.M. The extended theory of the viscous vibration damper // J. Appl. Mech. 1955. V.22. №3. pp. 377 – 382.

186. Mayer M. Die Sicherheit der Bauwerke und ihre Berechnung nach Gränzkkräfte Statt nach Zulässigen Spannungen. Springer Verlag, Berlin, 1926, pp. 111 – 126.

187. Rackwitz R. Practical Probabilistic Approach to Design CEB, Bull d'Information 112, 1976, pp. 113–189.

188. Reed F.E. The use of the centrifugal pendulum absorber for the reduction of linear vibration. J. Appl. Mech. 1949. V.16. №2. pp. 190 – 194

189. Snowdon J.C. Dynamic vibration absorber that have increased effectiveness // Journal of Engineering for Industry. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. 1974 Vol. 96, № 3. pp. 940 – 945.

190. Sørensen J.D. Reliability Based Optimization of Structural Systems // Proceedings of the 13th IFIP conference. V. 113: 1987.

191. Sørensen J. D., Kroon I. B. and Faber M. H. Optimal Reliability – Based Code Calibration // Structural Safety, Vol. 14, 1994. pp. 197 – 208.

192. Schneider J. Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen, Grundwissen für Ingenieure // VDF, Hochschulverlag AG and der EH Zürich, 1994. 190p.

193. Venziano D., Engrg J. New index of reliability // Mech. Div., Proc. ASCE, № 105, 1979. – pp. 277-296.

194. Vrouwenvelder T. Treatment of risk and reliability in the Eurocodes. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings, 2008, Vol. 161, issue SB4 (August), pp. 209 – 214.

195. Vu X.T., Chinh N.D., Khong D.D., Tong V.C. Closed-form solutions to the optimization of dynamic vibration absorber attached to multi-degree-of-freedom damped linear systems under torsional excitation using the fixed-point theory // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multibody Dynamics, 2018. 232 (2) pp. 237 – 252

196. Warburton G.V. Optimum absorber parameters for minimizing vibration response // Ibid. 1981. V.8. pp. 197 – 217.
197. ГОСТ Р 54257–2010. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения и требования. М. : Стандартинформ, 2011. 14 с.
198. ГОСТ Р 27751–2014. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения. М. : Стандартинформ, 2015. 16 с.
199. ГОСТ Р ИСО 2394–2016. Конструкции строительные. Основные принципы надежности М. : Стандартинформ, 2016. 62 с.
200. ГОСТ Р 50779.10-2000 Статистические методы. Вероятность и основы статистики. Термины и определения. М. : Стандартинформ, 2005. 41 с.
201. РД 50-699-90. Методические указания. Надежность в технике. Общие правила классификации отказов и предельных состояний / Госстандарт СССР. М. : Изд-во стандартов, 1991. 12 с.
202. СТО 36554501-014-2008 Надежность строительных конструкций и оснований. М. : НИЦ «Строительство», 2008. 12 с.
203. European Committee for Standardisation. Eurocode : Basis of Structural Design. Brussels : Comité Européen de Normalisation, 2002. EN 1990.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Результаты расчетов

Данные расчета № 1

Таблица П.1 – Зависимость вероятности отказа $P_f(n_c)$ от количества циклов и параметра ε по модели (4.16)

$n_c \backslash \varepsilon$	0,01	0,005	0,001
10^4	0,016557702	0,016849041	0,017739136
5×10^4	0,028148372	0,030477921	0,03682882
10×10^4	0,046775389	0,052925124	0,068552379
15×10^4	0,069008254	0,079309777	0,10421314
20×10^4	0,093123664	0,10706703	0,138816982
25×10^4	0,117486277	0,13402802	0,169289975
50×10^4	0,212317027	0,226845243	0,249215941
75×10^4	0,254816351	0,260283571	0,266880798
100×10^4	0,270017555	0,270063537	0,270200162
500×10^4	0,277500102	0,27377452	0,270939727

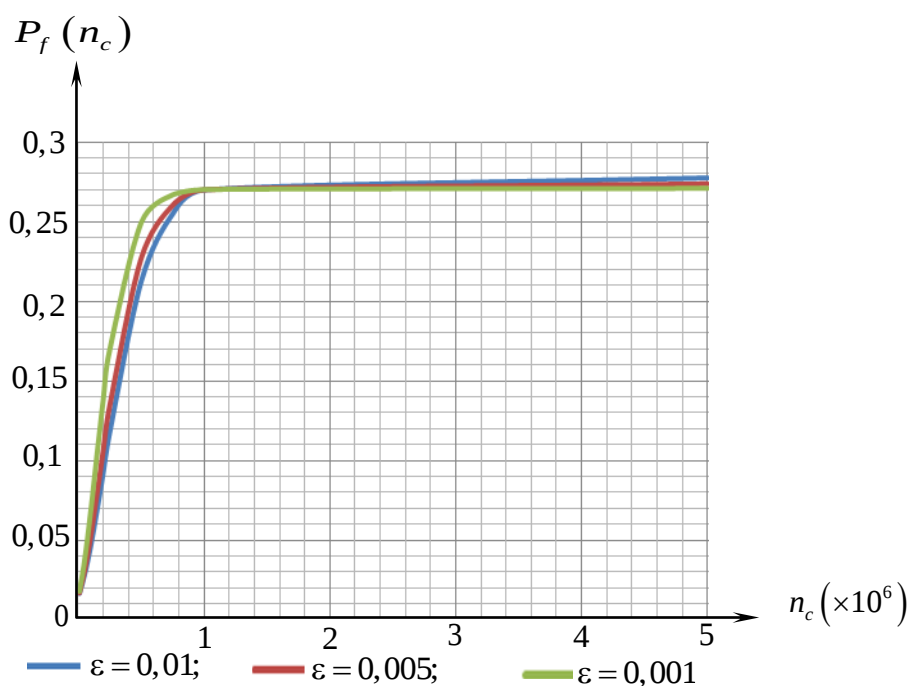


Рисунок П.1 – График изменения вероятности отказа в зависимости от количества циклов по модели (4.16)

Данные расчета № 2

Таблица П.2 – Зависимость вероятности отказа $P_f(n_c)$ от количества циклов и параметра ε по модели (4.17)

$n_c \backslash \varepsilon$	0,01	0,005	0,001
10^3	0,089475519	0,069557526	0,088086723
10^4	0,123786826	0,110238676	0,122478173
5×10^4	0,159796605	0,151784521	0,15870289
10×10^4	0,179618282	0,173755087	0,178677969
15×10^4	0,192642515	0,187921287	0,19181462
20×10^4	0,202579937	0,198606161	0,201843495
25×10^4	0,210708699	0,207274702	0,210050506
50×10^4	0,238476523	0,236468074	0,238107157
75×10^4	0,256627052	0,255255606	0,256462962
100×10^4	0,270430232	0,26941295	0,270430232

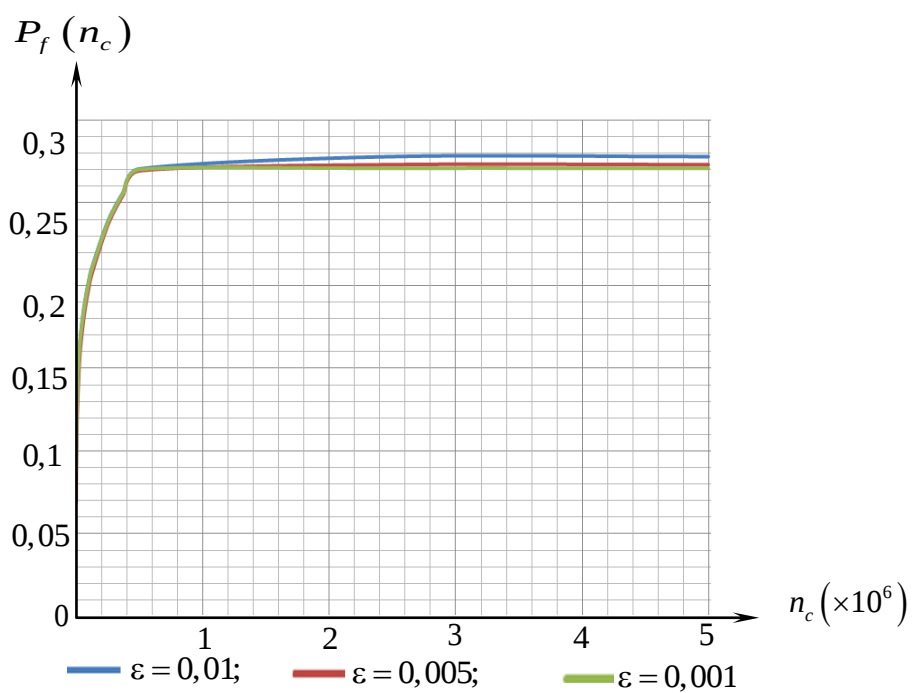


Рисунок П.2 – График изменения вероятности отказа в зависимости от количества циклов по модели (4.17)

**ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Документы, подтверждающие внедрение результатов
диссертационной работы**



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АРХИТЕКТУРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ (СИБСТРИН)**

ОКПО 02068976 ОГРН 1025401905484
ИНН/КПП 5405115866/540501001
Ленинградская ул., д. 113, Новосибирск 630008
Тел. (383) 266-41-25, факс (383) 266-40-83
E-mail: rector@sibstrin.ru

№ _____
На № _____ от _____

УТВЕРЖАЮ

Проректор по учебной и
воспитательной работе

ИГАСУ (Сибстрин),

канд. техн. наук, доцент



М.Н. Шумкова

20 21 г.

СПРАВКА

о внедрении результатов диссертационной работы
Герберга Юрия Андреевича

Материалы кандидатской диссертации Ю.А. Герберга «Надежность линейно деформируемых стержневых систем с динамическими гасителями колебаний» используются в учебном процессе при чтении лекционных курсов по дисциплинам «Динамика и устойчивость сооружений», «Вероятностные методы строительной механики и теория надежности строительных конструкций», «Сейсмостойкость сооружений» при подготовке инженеров по специальности 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений», а также спецкурсов в магистратуре по направлению 08.04.01 «Строительство» в ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)».

Директор института строительства,
канд. техн. наук, доцент

В.А. Гвоздев

АКТ ВНЕДРЕНИЯ
результатов кандидатской диссертации
Гербера Юрия Андреевича

Материалы исследований, предоставленные в диссертации Ю.А. Гербера на соискание ученой степени кандидата наук по теме: «Надежность линейно деформируемых стержневых систем с динамическими гасителями колебаний», внедрены в работу и используются в ООО «Техпром-Инжиниринг».

Разработанные методики и алгоритмы расчета надежности, долговечности и метод регулирования динамического напряженно-деформированного состояния гармонически нагруженных систем с динамическими гасителями колебаний используются специалистами ООО «Техпром-Инжиниринг» при проектировании уникальных зданий и сооружений.

Генеральный директор
ООО «Техпром-Инжиниринг»



Д.Ф. Корбков

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ
г. НОВОСИБИРСК
ОКТЯБРЬСКИЙ РАЙОН
**ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ
ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ
«НО ЦНИИПРОЕКТЛЕГКОНСТРУКЦИЯ»**

ОГРН 1115476079840
ИНН 5406675363 КПП 540501001
630009, г. Новосибирск,
ул. Никитина, д.20 офисы 701а,705
Т/ф 913-375-68-79
E-mail: stan@mk2.ru

СПРАВКА

о внедрении результатов диссертационного исследования
Герберера Юрия Андреевича

Методология и расчетный аппарат, разработанные Ю.А. Гербером и содержащиеся в его диссертации на соискание степени кандидата наук, «Надежность линейно деформируемых стержневых систем с динамическими гасителями колебаний» используются специалистами нашей организации при оценке работоспособности строительных конструкций, подверженных вибрационным воздействиям, и их надежности.

Использование представленных в диссертационной работе Ю.А. Герберера подходов и расчетных методик позволяет избежать резонансного и близкого к резонансу режима работы конструкций, подверженных гармоническим воздействиям, что дает возможность выбирать рациональные конструктивные решения проектируемых строительных объектов, а также разрабатывать меры по гашению колебаний существующих конструкций и сооружений.

Справка дана в связи с представлением упомянутой кандидатской диссертации.

Директор



А.С. Левченко