

На правах рукописи



Трепутнева Татьяна Алексеевна

**ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЁТА
ПОДКРЕПЛЁННЫХ ПЛАСТИН И ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК
С НАЧАЛЬНЫМ ПРОГИБОМ
ПРИ СИЛОВОМ И ТЕМПЕРАТУРНОМ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

2.1.9 – Строительная механика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Томск - 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном
образовательном учреждении высшего образования
«Томский государственный архитектурно-строительный университет»
(ФГБОУ ВО ТГАСУ)

Научный руководитель:

Моисеенко Маргарита Олеговна,
кандидат технических наук, доцент.

Официальные оппоненты:

Петров Владилен Васильевич, академик РААСН, доктор технических наук, профессор кафедры «Строительные материалы, конструкции и технологии» ФГБОУ ВО СГТУ имени Гагарина Ю.А.;

Потапов Александр Николаевич, член-корреспондент РААСН, доктор технических наук, профессор кафедры «Строительное производство и теория сооружений» ФГАОУ ВО ЮУрГУ.

Ведущая организация:

ФГАОУ ВО Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), г. Санкт-Петербург.

Защита состоится «14» октября 2022 года в 15-30 часов на заседании диссертационного совета 24.2.414.01 при ФГБОУ ВО «Томский государственный архитектурно-строительный университет» по адресу: 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2, корп. 2, ауд. 303.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке Томского государственного архитектурно-строительного университета по адресу: 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2 и на сайте www.tsuab.ru.

Автореферат разослан « 20 » августа 2022 года

Ученый секретарь
диссертационного совета



Копаница Наталья Олеговна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Конструкции, составленные из гибких оболочек и пластин, применяются в машиностроении, авиации, судостроении, ракетостроении. В промышленном и гражданском строительстве – это перекрытия и покрытия, навесы, козырьки и т. д. Для увеличения жёсткости оболочки и пластины часто выполняются ребристыми. Напряжённо-деформированное состояние (НДС) подобных конструкций в местах присоединения рёбер более сложное по сравнению с конструкциями, выполненными из гладких пластин и оболочек.

Гибкие пластины и оболочки в ненагруженном состоянии часто имеют некоторые отклонения от первоначальной геометрической формы (начальные прогибы). Начальные прогибы возникают в процессе изготовления, транспортировки, монтажа и эксплуатации конструкций.

В процессе эксплуатации конструкции могут испытывать не только силовые нагрузки, но и температурные воздействия. Изменение температуры влечёт за собой изменение механических характеристик материала. Снижение модуля упругости при увеличении температуры вызывает уменьшение жёсткости конструкции, что приводит к необходимости проведения уточнённых расчётов. Неучёт влияния изменения характеристик материала от температуры при проектировании приводит к существенным погрешностям при расчёте НДС конструкции.

Величины перемещений и напряжений ребристых пологих оболочек и пластин, полученные в линейной постановке, значительно отличаются от величин, вычисленных с учётом физической и геометрической нелинейностей. Совместный учёт обеих нелинейностей, начальных прогибов, а также учёт изменения свойств материала от действия температуры значительно уточняет математическую модель для подкреплённых гибких пластин и оболочек, что позволяет получить более полное представление о НДС конструкции.

В настоящее время отсутствует единый подход к расчёту подкреплённых гибких пластин и пологих оболочек с одновременным учётом геометрических начальных несовершенств, нелинейных зависимостей и температуры. Поэтому задача развития метода расчёта подкреплённых тонкостенных конструкций с учётом вышеперечисленных особенностей является актуальной.

Степень разработанности темы. Основы расчёта ребристых оболочек и пластин были заложены В.З. Власовым, А.И. Лурье, которые на основе ряда допущений установили аналитическую зависимость между самой конструкцией пластины, оболочки и подкрепляющих её элементов.

Исследованию напряжённо-деформированного состояния подкреплённых оболочек и пластин посвящены работы отечественных и зарубежных авторов: Н.П. Абовского, А.В. Александрова, С.А. Амбарцумяна, И.А. Биргера, Т.П. Виноградовой, В.З. Власова, А.С. Вольмира, Г.Д. Гавриленко, Л.В. Енджиевского, А.А. Ильюшина, В.А. Заруцкого, Б.Я. Кантора, В.В. Карпова, В.И. Климанова, Л.С. Ляховича, Х.М. Муштари, Ю.В. Немировского, В.В. Петрова, А.И. Стрельбицкой, А.Г. Тамразяна, В.Н. Филатова, А.М. Черняка,

L.H. Donnell, T. Karman, I.H. Marshall, T.F. Reissner, T. Yang и многие другие.

Влияние начальных несовершенств, физической, геометрической нелинейностей, а также изменения температуры на прочность и жёсткость конструкции рассмотрено в ограниченном количестве работ. Проектирование и оценка НДС тонкостенных конструкций с начальными прогибами и неоднородными свойствами материала, зависящими от температуры с учётом ограниченных пластических деформаций при перемещениях, сравнимых с толщиной элемента, представляет определенные сложности. Для более полного представления о НДС всей конструкции и её отдельных элементов с учётом вышеперечисленных особенностей необходимы новые численные и аналитические исследования.

Цель исследования:

Разработка численно-аналитического метода расчёта системы подкреплённых пластин и пологих оболочек с начальными прогибами и свойствами материала, зависящими от температуры, при действии поперечной статической нагрузки с одновременным учётом физической и геометрической нелинейностей.

Для достижения цели исследования были поставлены следующие задачи:

- разработать физико-математическую модель деформирования прямоугольных подкреплённых пологих оболочек, пластин и сочленённых из них тонкостенных конструкций с учётом начального прогиба, геометрической и физической нелинейностей при силовых и температурных воздействиях с учётом упругопластических деформаций и зависимости свойств материала от температуры;
- обосновать выбор метода для линеаризации физических уравнений упругопластического деформирования тонкостенных элементов конструкций, позволяющего учитывать вышеперечисленные факторы;
- разработать алгоритм и программу расчёта физически и геометрически нелинейных задач для подкреплённых пологих оболочек, пластин и сочленённых из них тонкостенных конструкций, находящихся под действием силовой нагрузки и температуры, учитывающих соизмеримый с толщиной пластины начальный прогиб. Оценить сходимость и точность разработанного алгоритма расчёта;
- провести численный анализ параметров напряжённо-деформированного состояния гибких пластин и пологих оболочки с учётом влияния: физической, геометрической нелинейностей и их совместного учёта, величины и знака начального прогиба, величины силовой нагрузки и температуры.

Объект исследования: подкреплённые гибкие пластины, пологие оболочки и сочленённые из них прямоугольные конструкции с начальным прогибом.

Предмет исследования: прочность и деформативность тонкостенных прямоугольных в плане подкреплённых пологих оболочек, пластин, и сочленённых из них конструкций при упругопластических деформациях от действия силовой нагрузки и температуры при прогибах, сравнимых с толщиной пластины.

Методология и методы исследования. Методологической основой исследования послужили труды отечественных и зарубежных учёных в области изучения подкреплённых тонкостенных конструкций, а также методы строительной механики, вычислительной математики, теории упругости и пластичности. Используются: энергетический метод, следующий из вариационного принципа Ла-

гранжа и метод прямого поиска для определения варьируемых параметров функций перемещений. Метод переменных параметров упругости (МППУ), который при активном нагружении позволяет свести решение задачи деформационной теории пластичности к решению последовательности физически линейных задач теории упругости. Метод Симпсона для вычисления определённых интегралов.

Научная новизна работы:

- разработана физико-математическая модель деформирования прямоугольных подкреплённых пологих оболочек, пластин и сочленённых из них конструкций, позволяющая одновременно учитывать начальный прогиб, геометрическую и физическую нелинейности при термосиловых воздействиях с учётом ограниченных упругопластических деформаций;

- на основе разработанной модели и выбранного энергетического метода решения разработан алгоритм и программа для расчёта задач статики пластинчатых конструкций с начальным прогибом, находящихся под действием силовой нагрузки и температуры, с учётом нелинейного характера работы материала (физической и геометрической нелинейностей);

- на основании численных исследований получены и систематизированы новые данные по влиянию начального прогиба подкреплённых пластин, полой оболочки и конструкций из них, нагруженных распределённой нагрузкой на напряжённо-деформированное состояние. Рассмотрены перемещения пластины при ограниченных по величине упругопластических деформациях. Исследовано влияние изменения температуры на напряжённо-деформированное состояние подкреплённых пластин и полой оболочки с начальными прогибами при упругопластических деформациях.

Личный вклад диссертанта заключается:

- в постановке задач теоретического исследования;
- разработке математической модели деформирования подкреплённых пологих оболочек и пластин с начальным прогибом;
- разработке алгоритма и программы расчёта таких элементов конструкций и систем из них при силовых и температурных нагружениях;
- обработке и анализе полученных результатов расчётов.

Достоверность результатов основана на:

- использовании положений теории упругости и пластичности, строгой математической постановке задачи по теории пластин и оболочек, корректном решении дифференциальных уравнений;

- исследовании сходимости разработанного метода расчёта пологих оболочек и пластин с начальным прогибом с учётом нелинейностей (физической и геометрической) и физико-механических свойств материала, зависящих от температуры, подтверждённой путём сравнения полученных результатов с данными других авторов.

Положения, выносимые на защиту:

- физико-математическая модель деформирования прямоугольных в плане подкреплённых пологих оболочек, пластин и их сочленений при силовом и температурном воздействии с учётом начальных прогибов, физической и геометрической нелинейностей;

- численно-аналитический метод исследования деформирования прямоугольных в плане подкреплённых пологих оболочек и пластин, находящихся под действием силовой нагрузки и температурного воздействия при разной величине начальных прогибов, в линейной и нелинейной постановках;

- результаты исследования влияния величины начального прогиба на напряжённо-деформированное состояние гибких пластин и пологой оболочки при термосиловом воздействии при упругопластических деформациях.

Теоретическая значимость работы заключается: в развитии теории расчёта подкреплённых пластин, пологих оболочек и состоящих из них конструкций, имеющих начальный прогиб; в получении аналитической зависимости, одновременно учитывающей нелинейные факторы, и начальный прогиб при действии силовой нагрузки и температуры.

Практическая значимость работы заключается: в создании алгоритма расчёта и основанного на нём программного продукта, позволяющего определять характеристики НДС подкреплённых тонкостенных элементов конструкций с начальным прогибом при учёте физической и геометрической нелинейностей; в возможности использования разработанного метода расчёта подкреплённых пологих оболочек и пластин с начальными прогибами с учётом физической и геометрической нелинейностей в проектных организациях и учебном процессе строительных вузов. Метод позволяет провести анализ НДС и оценить запас прочности и жёсткости указанных конструкций.

Апробация работы. Материалы диссертационной работы были доложены, обсуждены и получили одобрение на: Всероссийской конференции молодых учёных в институте теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича (г. Новосибирск, 2012 г.); Первой Всероссийской конференции молодых учёных (г. Томск, 2013); IX Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Казань, 2015 г.), III Международной научной конференции молодых учёных «Молодёжь, наука, технологии: новые идеи и перспективы» (г. Томск, 2016 г.); X всероссийской научной конференции «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики» (г. Томск, 2018 г.); XIV Международной научно-технической конференции «Актуальные вопросы архитектуры и строительства» (г. Новосибирск, 2021 г.); научных семинарах кафедр «Строительная механика», «Железобетонные и каменные конструкции»; «Металлические и деревянные конструкции» ТГАСУ (2016–2021 гг.).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 19 печатных работы в научных журналах, сборниках и трудах конференций. Из них 10 статей опубликовано в научных журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК, 4 статьи в журналах, индексируемых базами данных Scopus и Web of Science, и одно свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, основных выводов, заключения, списка литературы и приложений. Диссертация содержит 185 страницы машинописного текста, 82 рисунка, 13 таблиц, библиографический список из 245 наименований и 2 приложения.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дана общая характеристика работы, обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели и задачи исследования, изложено краткое содержание работы.

В первой главе представлен обзор и анализ работ, посвящённых расчёту прямоугольных пластин и пологих оболочек с начальными несовершенствами формы, учётом физической и геометрической нелинейностей.

Анализ работ показал, что тема учёта начальных прогибов, физической и геометрической нелинейностей при расчёте подкреплённых пластин и оболочек разработана недостаточно и является актуальной.

Во второй главе приведён анализ методов, используемых в механике деформированного твёрдого тела для расчёта пластин и пологих оболочек, имеющих начальный прогиб, с учётом физической нелинейности и зависящих от температуры свойств материала. Рассмотрены модели, описывающие поведение материалов с неоднородными свойствами.

На основании проведённого анализа в диссертации принимается модель нелинейно упругого материала, предложенная в работах академика РААСН В.В. Петрова и его учеников, позволяющая учитывать физическую нелинейность и неоднородность свойств материала. Обосновано применение метода перемещений и энергетического метода для определения варьируемых параметров функций перемещений, метода переменных параметров упругости, обладающего хорошей сходимостью и удачно применяемого для учёта неоднородности и разномодульности материала.

Для определения варьируемых параметров функций перемещений используется стандартная программа минимизации функции энергии. Программа реализует комбинацию метода координатного спуска с квадратичной аппроксимацией по каждой переменной и метода сопряженных градиентов с преобразованием координат, целесообразно используя их на разных этапах минимизации, и учитывает ту информацию о поведении функции, которую может дать каждый метод.

В третьей главе сформулирован и обоснован алгоритм расчёта гибких пластин и пологих оболочек, который позволяет учитывать начальные несовершенства формы, физическую и геометрическую нелинейности. Учитывается температурное воздействие.

Геометрические граничные условия взаимодействия пластины и ребра записываются из условия совместности перемещений, а статические граничные условия удовлетворяются автоматически при минимизации функционала полной потенциальной энергии.

За модель тонкостенной конструкции принимается сплошная деформируемая система (рисунок 1), у которой параметры жёсткости претерпевают разрывы в области изменения толщины и являются функциями координат. Изменение жёсткости учитывается через приведенные характеристики жёсткости с применением разрывных функций. Закрепления в продольном направлении постоянны (шарнирное закрепление).

Используется основная расчётная схема, построенная по методу перемещений А.В. Александрова. Деление конструкции на отдельные укрупнённые элементы осуществляется по узловым линиям, вдоль которых вводятся непрерывные распределённые связи четырёх типов, устраняющие продольные и поперечные горизонтальные перемещения, вертикальные перемещения и повороты вокруг продольной оси.

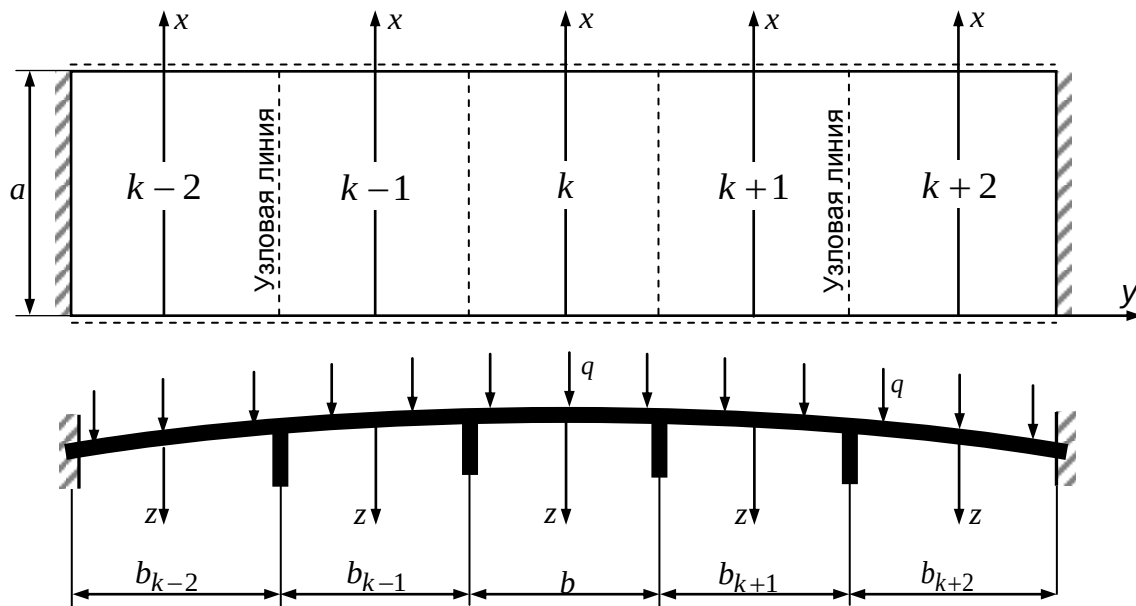


Рисунок 1 – Расчётная схема оболочки

Узловая линия « k »-й панели будет иметь функциональные перемещения: перемещения вдоль оси z – прогиб W ; угловое перемещение вокруг оси x – $\partial W / \partial y$; перемещения вдоль осей x и y – U, V соответственно.

На рисунке 1 приведена расчётная схема оболочки, состоящая из системы панелей и рёбер. Координатная поверхность совмещена со срединной поверхностью недеформированной оболочки. Система координат местная для каждого элемента. Координатные оси x, y направлены по линиям главных кривизн, ось z направлена по нормали к срединной поверхности панели в сторону вогнутости.

Для расчёта системы панелей приняты координатные функции перемещений, полученные по вариационному методу Власова – Канторовича и развитые в работах А.В. Александрова, А.М. Черняка, В.Н. Завьялова. Координатные функции для каждой отдельной панели заданы в виде суммы двух рядов. Функции, составляющие первый ряд, удовлетворяют однородным граничным условиям, дают нулевые значения по узловым линиям и удачно аппроксимируют перемещения во внутренней области панели. Составляющие второго ряда получены от принудительного смещения кромок отдельной панели согласно линейной теории и удовлетворяют неоднородным граничным условиям по линиям контакта отдельных панелей и подкрепляющих рёбер.

При решении задач деформирования подкреплённых тонкостенных элементов конструкций использована деформационная теория пластичности А.А. Ильюшина и теория гибких пластин и оболочек Т. Кармана, учитывающая геометрическую нелинейность. Деформации панелей в точках, расположенных на расстоянии z от срединной поверхности, имеют вид

$$\varepsilon_{x,o}^z = \varepsilon_x + z\chi_x; \quad \varepsilon_{y,o}^z = \varepsilon_y + z\chi_y; \quad \gamma_{xy,o} = \gamma_{xy} + 2z\chi_{xy}.$$

Здесь $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ – относительные деформации оболочки в точках, расположенных на расстоянии z от срединной плоскости лей; $\chi_x, \chi_y, \chi_{xy}$ – кривизны, зависящие нелинейно от перемещений U, V, W вдоль осей x, y, z .

Перемещения вдоль оси ребра записаны с учетом их эксцентриситета e относительно срединной поверхности:

$$W_p = W_o = W; \quad U_p = U_o + e \frac{\partial W}{\partial x}; \quad V_p = V_o + e \frac{\partial W}{\partial y}; \quad \frac{\partial W_o}{\partial x} = \frac{\partial W_p}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial x}.$$

Напряжения в панелях и рёбрах, учитывающие физическую нелинейность, выражены через их деформации с учётом свойств материала, зависящих от температурного воздействия:

$$\begin{cases} \sigma_{x,o}^z = E_{cj1}^z(t) \left[\frac{\varepsilon_{x,o}^z + \mu_{cj2}^z \varepsilon_{y,o}^z}{1 - \mu_{cj1}^z \mu_{cj2}^z} + t(x, y, z) (\alpha_{j1T}^z + \mu_{cj2}^z \alpha_{j2T}^z) \right]; \\ \sigma_{y,o}^z = E_{cj2}^z(t) \left[\frac{\varepsilon_{y,o}^z + \mu_{cj1}^z \varepsilon_{x,o}^z}{1 - \mu_{cj1}^z \mu_{cj2}^z} + t(x, y, z) (\alpha_{j2T}^z + \mu_{cj1}^z \alpha_{j1T}^z) \right]; \quad \tau_{xy,o}^z = G_j^z(t) \gamma_{xy}^z. \\ \sigma_{x,p}^z = E_{cj1}^z(t) (\varepsilon_{x,p}^z + \alpha_{j1T}^z t(x, y, z)); \quad \sigma_{y,p}^z = E_{cj2}^z(t) (\varepsilon_{y,p}^z + \alpha_{j2T}^z t(x, y, z)); \\ \tau_{zy,p}^z = \frac{\gamma_{kp} E_{cj}^z(t) \gamma_{zy}^z}{2(1 + \mu_{cj}^z)}; \quad \tau_{zx,p}^z = \frac{\gamma_{kp} E_{cj}^z(t) \gamma_{zx}^z}{2(1 + \mu_{cj}^z)}. \end{cases}$$

Принято, что температура в любой точке изменяется согласно зависимости

$$t(x, y, z) = t(x, y) + z\Theta(x, y),$$

где $t(x, y)$ – температура срединной поверхности; $\Theta(x, y)$ – температурный градиент в направлении нормали к срединной поверхности.

Секущие модули упругости $E_{cj1}^z(t), E_{cj2}^z(t)$, коэффициенты Пуассона μ_{cj1}^z, μ_{cj2}^z , модуль сдвига G_j^z и коэффициенты теплового расширения $\alpha_{j1T}^z, \alpha_{j2T}^z$ определены в зависимости от напряжённого состояния и свойств материала, зависящих от воздействия температуры. Здесь $j = 1$ соответствуют работе материала в растянутой области, $j = 2$ – в сжатой области.

Закон изменения значений модуля упругости E и предела текучести σ_s неоднородного материала в зависимости от поперечной координаты z имеет вид

$$E(z) = E \left(1 + \frac{z}{h/2} \frac{\varphi}{E} \right); \quad \sigma_s(z) = \sigma_s \left(1 + \frac{z}{h/2} \frac{f}{\sigma_s} \right),$$

где φ/E и f/σ_s – параметры упругой и пластической неоднородности; φ, f – приращение (убывание) модуля упругости и предела текучести в крайних волок-

нах неоднородной пластины; $2z/h$ – относительное расстояние волокон от срединной поверхности пластины.

Соотношения для напряжений, деформаций и перемещений позволяют определить НДС в панелях и рёбрах при известных перемещениях элементов конструкции и физических свойствах материала.

Решение осуществляется энергетическим методом. Функционал полной потенциальной энергии Φ_t записан в перемещениях для системы ребристых пологих оболочек с начальным прогибом, учитывающий физическую и геометрическую нелинейности при воздействии внешней нагрузки и температуры в виде

$$\Phi_t = \Phi_t^n + \Phi_t^P + \Phi_t^Q + \Phi_t^{P_x} + \Phi_t^{P_y} + \Phi_t^{nt^{(z)}} + \Phi_t^{pt^{(z)}} + \Phi_t^{P_x t^{(z)}} + \Phi_t^{P_y t^{(z)}}.$$

Здесь Φ_t^n – энергия отдельных панелей; Φ_t^P – энергия главных рёбер; $\Phi_t^{P_x}, \Phi_t^{P_y}$ – энергия второстепенных рёбер, расположенных в направлении осей x и y соответственно; $\Phi_t^{nt^{(z)}}, \Phi_t^{pt^{(z)}}, \Phi_t^{P_x t^{(z)}}, \Phi_t^{P_y t^{(z)}}$, Φ_t^Q – энергия отдельных панелей, главных и второстепенных рёбер от воздействия температуры и потенциала внешней нагрузки соответственно.

Полная потенциальная энергия, выраженная через варьируемые параметры, на каждом этапе решения упругопластической задачи зависит от текущего модуля упругости – E_c и функции сжимаемости – μ_c , переменных как по толщине, так и по длине и ширине конструкции. Данные механические характеристики изменяются в процессе деформирования по сложным зависимостям.

Для интегрирования функционала полной потенциальной энергии по объёму вся конструкция, как по поверхности, так и по толщине, разбивается трёхмерной сеткой, в узлах которой вычисляется потенциальная энергия. Суммирование с помощью квадратурных формул даёт возможность проинтегрировать функционал численно. Для гладких кривых достаточно высокую точность даёт формула Симпсона.

Потенциальная энергия панели, приходящаяся на единицу поверхности, записывается в виде

$$\begin{aligned} \Pi = & \Omega_4(\varepsilon_x + \varepsilon_y)^2 + 2\Omega_5(\varepsilon_x + \varepsilon_y)\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right) - \Omega_6\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right)^2 + \Omega_1\left(\frac{\gamma_{xy}^2}{4} - \varepsilon_x \varepsilon_y\right) - \\ & - \Omega_6\left(\gamma_{xy} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + \varepsilon_x \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \varepsilon_y \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right) - \Omega_3\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right) + \Omega_7(\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \Omega_8\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right). \end{aligned}$$

Здесь $\Omega_1, \dots, \Omega_8$ – жёсткостные интегральные параметры по толщине оболочки:

$$\Omega_j = \int_{-0,5h}^{0,5h} \frac{E_c z^{j-1}}{1 - \mu_c} dz; \quad \Omega_{j+3} = \int_{-0,5h}^{0,5h} \frac{E_c z^{j-1}}{2(1 - \mu_c^2)} dz; \quad \Omega_{j+6} = \int_{-0,5h}^{0,5h} \frac{E_c z^{j-1}}{1 - \mu_c} \alpha t^{(z)} dz; \quad j = 1, 2, 3.$$

Ребро принимается за линейный элемент, что позволяет использовать теорию балочных элементов. Потенциальная энергия деформации рёбер, приходящаяся на единицу длины, записывается в виде

$$\Pi_{p,x} = \frac{b_p}{2} \bar{\Omega}_1 \left(\varepsilon_x - e \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{1}{24} \bar{\Omega}_1 b_p^3 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - e \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} \right)^2 - b_p \bar{\Omega}_2 \left(\varepsilon_x - e \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} +$$

$$+ \frac{b_p}{2} \bar{\Omega}_3 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{b_p^3}{4} \bar{\Omega}_4 \bar{\gamma}_{kp} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + b_p \bar{\Omega}_1 \left(\varepsilon_x - e \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) - b_p \bar{\Omega}_8 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2}; \quad x \leftrightarrow y.$$

Здесь $\bar{\Omega}_1, \dots, \bar{\Omega}_8$ – жёсткостные интегральные параметры рёбер:

$$\bar{\Omega}_j = \int_{\zeta_u}^{\zeta_s} \frac{E_c z^{j-1}}{2} dz; \quad \bar{\Omega}_{j+3} = \int_{\zeta_u}^{\zeta_s} \frac{E_c z^{j-1}}{(1+\mu_c)} dz; \quad \bar{\Omega}_{j+6} = \int_{\zeta_h}^{\zeta_u} E_c \alpha t^{\circ(z)} z^{j-1} dz; \quad j=1, 2, 3.$$

Общая потенциальная энергия, выраженная через варьируемые параметры функций перемещений, имеет вид

$$\Phi_t = \Phi(A^{(n)}, B^{(n)}, C^{(n)}, Z_i^{(n)}, Z_j^{(n)}).$$

Варьируемые параметры, согласно методу переменных параметров упругости, на каждом шаге итерационного процесса определяются из условия минимума полной потенциальной энергии системы методом прямого поиска, а именно методом сопряжённых градиентов.

На каждом шаге приближения из условия минимума энергии определяются функции сжимаемости по алгоритму, предложенному Б.Я. Кантором. Итерации проводятся до тех пор, пока значения двух соседних приближений для функций прогибов и полной энергии системы не будут отличаться в заданных пределах. Расчёты по методу переменных параметров упругости показывают, что процесс минимизации энергии Φ_t является сходящимся, скорость которого значительна.

По найденным варьируемым параметрам $(A^{(n)}, B^{(n)}, C^{(n)}, Z_i^{(n)}, Z_j^{(n)})$ функций перемещений определяются сами перемещения, а также деформации и напряжения.

В данной главе приведены результаты расчётов по составленной программе на алгоритмическом языке Pascal. Для выявления требуемой точности проведено сравнение полученных результатов с результатами работ других авторов.

Для определения необходимого числа членов ряда в функциях перемещений и шага сетки для численного интегрирования был проведён анализ полученных результатов, которые сравнивались с показателями, приведёнными в справочнике Д.В. Вайнберга. При расчёте варьировалось число членов ряда аппроксимирующих функций перемещений и шаг сетки для численного интегрирования.

Как показал анализ результатов расчёта, при определении перемещений достаточно брать сетку $8 \times 8 \times 8$ и три члена ряда в функциях перемещений. При определении напряжений необходимо учитывать пять членов ряда в функциях перемещений и брать сетку $12 \times 12 \times 12$.

Проанализирована сходимость алгоритма расчёта стальной шарнирно закреплённой квадратной пластины $(40 \times 40 \times 1)$ см, подкреплённой рёбрами разной жёсткости с учётом физической и геометрической нелинейностей. Равномерно распределенная нагрузка превышает нагрузку, при которой появляются пластические деформации, в 2–2,5 раза. Поперечные кромки пластины шарнирно закреплены, а продольные – жёстко связаны с рёбрами, которые берутся слабыми $((b_p/h) \times (h_p/h) = 2 \times 4)$ при $\eta_2 \leq 5$, средней жёсткости (4×6)

при $5 < \eta_2 \leq 25$, сильными (4×10) при $\eta_2 > 25$ ($\eta = EI_P/Da$). Данная классификация рёбер приведена в работе В.И. Климанова и С.А. Тимашева.

Значения прогибов при среднем и сильном рёбрах жёсткости, полученные при трёх членах ряда в функциях перемещений, близки к значениям, полученным при пяти членах ряда. Результаты расчётов интенсивности деформаций e_i , полученные при трёх членах ряда, отличаются на 3 % от результатов, полученных при пяти членах ряда. При определении интенсивности деформаций пластины со слабыми ребрами жёсткости отличие результатов, полученных при трёх и пяти членах ряда, достигает порядка 5 %. Поэтому, когда требуется большая точность расчёта, необходимо удерживать пять членов ряда в функциях перемещений (U, V, W).

Проанализированы результаты расчётов при определении прогибов и интенсивности деформаций для пластин, подкреплённых слабыми, сильными и средними рёбрами, при пяти членах ряда при сетках интегрирования $4 \times 4 \times 4$, $8 \times 8 \times 8$ и $12 \times 12 \times 12$.

Из анализа результатов следует, что шаг сетки, равный $4 \times 4 \times 4$, для численного интегрирования даёт неудовлетворительные результаты, особенно для пластин, подкреплённых слабыми рёбрами жёсткости.

Сетка $8 \times 8 \times 8$ даёт результаты, достаточно близкие к результатам, полученным при сетке $12 \times 12 \times 12$. Чем сильнее ребро, тем ближе эти результаты друг к другу.

Для получения более точных результатов расчётов пластин, подкреплённых слабыми рёбрами жёсткости, следует принимать сетку $12 \times 12 \times 12$ по каждой координате.

На примере гладких подкреплённых пластин и оболочек установлена достоверность полученных результатов и исследована эффективность метода расчёта с учётом физической и геометрической нелинейностей, несовершенства формы и свойств материала, зависящих от температуры.

Достоверность полученных результатов расчёта при определении НДС конструкции с учётом начального прогиба показана при сравнении результатов расчёта квадратных пластин, нагруженных равномерно распределённой нагрузкой $\bar{q}$ ($\bar{q} = qb^4/Eh^4$, $\bar{W} = W/h$), с результатами, приведенными в работе Т. Yang. Два противоположных края пластины свободно оперты, а два других – защемлены. Проведены расчёты при четырёх максимальных значениях начального прогиба W_0 : 0; $0,5h$; h ; $2h$.

Для сравнения выполнен расчёт по разработанному в данной работе алгоритму при постоянной приведенной нагрузке $\bar{q} = 216,1$, показывающий совпадение результатов (расхождение – 1–3 %).

Учёт изменения модуля упругости и предела текучести по толщине оболочки показан при сравнении результатов расчёта с результатами, приведёнными в работе А.И. Стрельбицкой, В.А. Колгадина, С.И. Матошко. Данные получены при расчёте упругопластического изгиба шарнирно опертых квадратных пластин из неоднородного материала, нагруженных равномерно распределённой нагрузкой интенсивностью $\bar{q} = 216,1$. Рассматривалось одинаковое изменение модуля

упругости и предела текучести материала по толщине пластины в виде безразмерных параметров $\varphi/E = f/\sigma_s$ при значениях: 0,50; 0,25; 0; -0,25; -0,50.

Сравнение полученных результатов с контрольными свидетельствует об их совпадении (в пределах 1–3 %).

В четвёртой главе приведены результаты исследования НДС двухпанельных подкреплённых гибких пластин и пологой цилиндрической оболочки, имеющих начальный прогиб, с учётом физической и геометрической нелинейностей.

Рассматривались двухпанельные пластины постоянной толщины с двумя равными панелями размерами в плане $a \times b = 50 \times 50$ (см) и шарнирным опиранием всех сторон на жёсткие опоры, находящиеся под действием поперечной нагрузки q . Материал пластины и ребра сталь Ст3. Задавался начальный прогиб с максимальным значением W_0 в центре пластины.

Исследовалось влияние начального прогиба и рёбер разной жёсткости на НДС пологой цилиндрической оболочки средней кривизны ($k_y a^2/h = 30$) размерами $50 \times 50 \times 1$ (см), выполненной из материала Д16Т.

Влияние разного вида нелинейностей на НДС двухпанельных пластин с начальным прогибом при действии несимметричной поперечной нагрузки. Рассматривались пластины толщиной h ; $0,7h$; $1,5h$ ($h=1$ см), нагруженные несимметрично приложенной поперечной нагрузкой (рисунок 2).

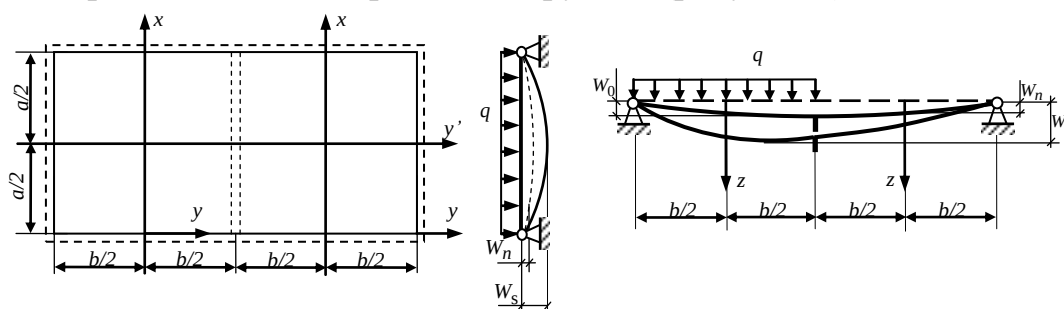


Рисунок 2 – Расчётная схема двухпанельной стальной пластины

Каждая пластина в центре подкреплена прямоугольным ребром жёсткости. Расчёт проводился в линейной (ЛР) и нелинейной постановках (с учётом физической (ФН), геометрической (ГН) нелинейностей и их совместном учёте (ФГН)). Учитывалось влияние начального прогиба W_n . Максимальное значение начального прогиба в центре пластины принималось равным $W_0 = -0,5h$; 0 ; $+0,5h$.

Полученные результаты показали, что независимо от толщины пластины и знака начального прогиба с большей погрешностью получены результаты с учётом физической нелинейности относительно результатов, полученных с одновременным учётом физической и геометрической нелинейностей (рисунок 3).

Для пластины толщиной h линейное решение при отрицательном начальном прогибе наиболее близко к решению, полученному при одновременном учёте физической и геометрической нелинейностей, а при положительном начальном прогибе имеет наибольшее отличие. До начала текучести материала наибольшее отличие линейного решения по сравнению с решением, полученным при одновременном учёте физической и геометрической нелинейностей, наблюдается у пластин толщиной h и $0,7h$ при положительном

начальном прогибе. В пластинах толщиной $1,5h$ до начала текучести линейное решение незначительно отличается от решений, полученных с учётом нелинейностей, независимо от знака начального прогиба.

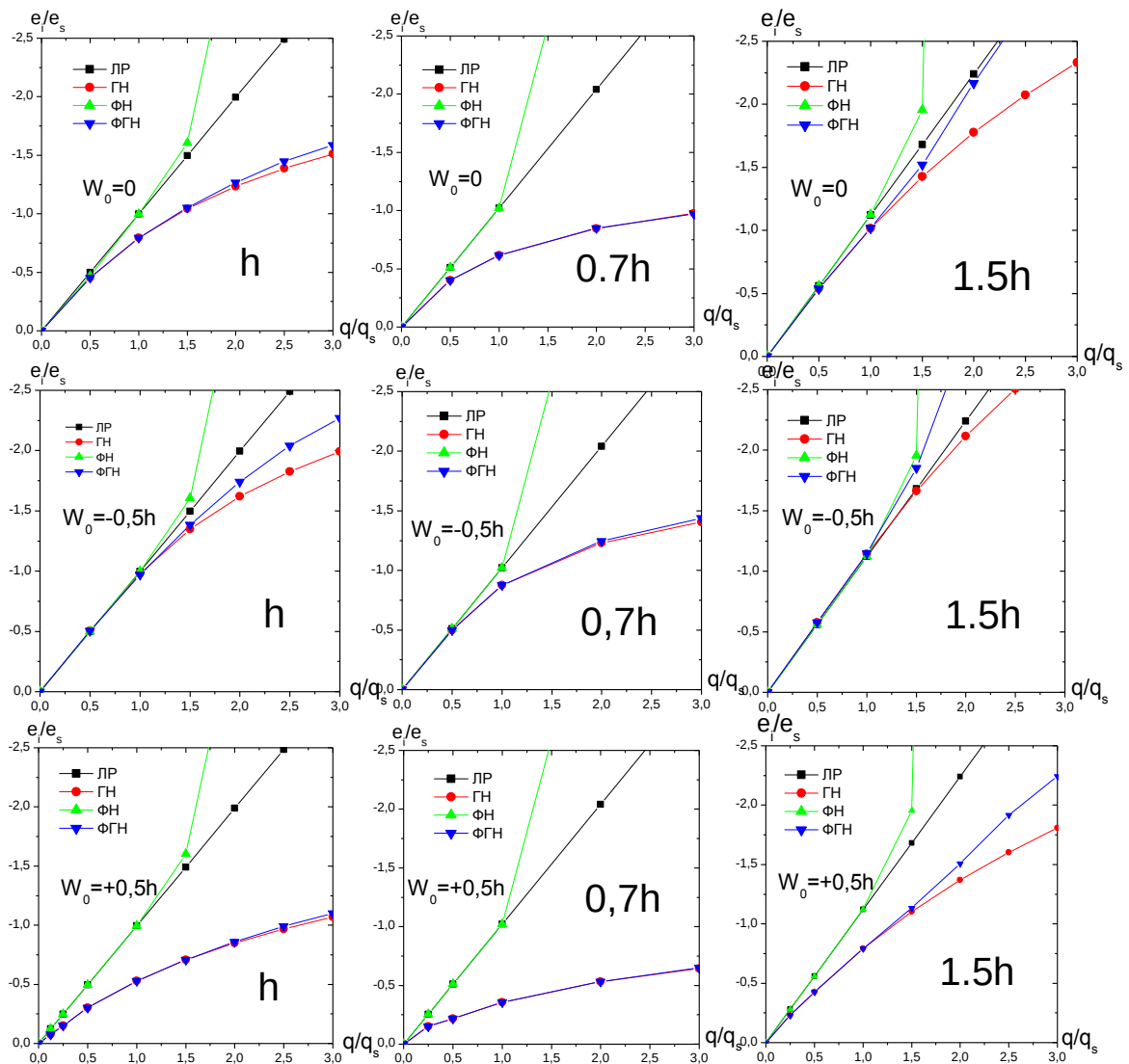


Рисунок 3 – Графики зависимости « $\bar{e}_i - \bar{q}$ » пластины в верхних волокнах центра нагруженной панели

Решения, полученные при учёте геометрической нелинейности и совместном учёте физической и геометрической нелинейностей до нагрузки $1,5q_s$ (q_s – нагрузка начала текучести материала), практически совпадают (расхождение 5 %) при любой толщине пластины. Это связано со значительным влиянием мембранных усилий. В то же время, в зависимости от знака начального прогиба, отмечается существенное различие по прогибам и интенсивности деформаций, а также в последовательности мест возникновения пластических деформаций. С увеличением толщины пластины нелинейность несущественно влияет на прогибы и интенсивность деформаций, характеризующих напряжённое состояние по IV теории прочности.

В рассматриваемом диапазоне нагрузок в подкреплённых пластинах имеет место простое нагружение. Только в наиболее гибкой пластине толщиной $0,7h$ при отрицательном начальном прогибе наблюдается разгрузка сжатых во-

локон в центре пластины при нагрузке более $2q_s$. Это происходит потому, что над отрицательными изгибными составляющими напряжений начинают превалировать положительные мембранные составляющие напряжений.

Анализ влияния знака начального прогиба показал, что отрицательный начальный прогиб снижает жёсткостные характеристики пластины, особенно при нагрузке, превышающей нагрузку начала текучести материала.

Влияние начального прогиба и рёбер разной жёсткости на НДС с учётом физической и геометрической нелинейностей исследовалось для пологой цилиндрической оболочки (рисунок 4). Размеры рёбер: 2×5 см и 4×11 см. Расчёт проводился в упругопластической стадии деформирования. Максимальная величина начального прогиба равнялась половине толщины оболочки ($W_0 = 0,5h$). Симметричная функция начального прогиба задавалась в виде

$$W_n(x, y) = W_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi}{b}(y + b/2)\right).$$

Полученные результаты исследования оболочки показали, что независимо от жёсткости рёбер (рисунки 4, 5) отмечается существенное влияние знака начального прогиба на НДС оболочек. Более деформируемой является оболочка с положительным начальным прогибом. Однако для оболочки с отрицательным начальным прогибом имеется критическая нагрузка ($\bar{q} = 86$), после которой рассматриваемая оболочка теряет устойчивость в большом. Она деформируется более активно под действием нагрузки.

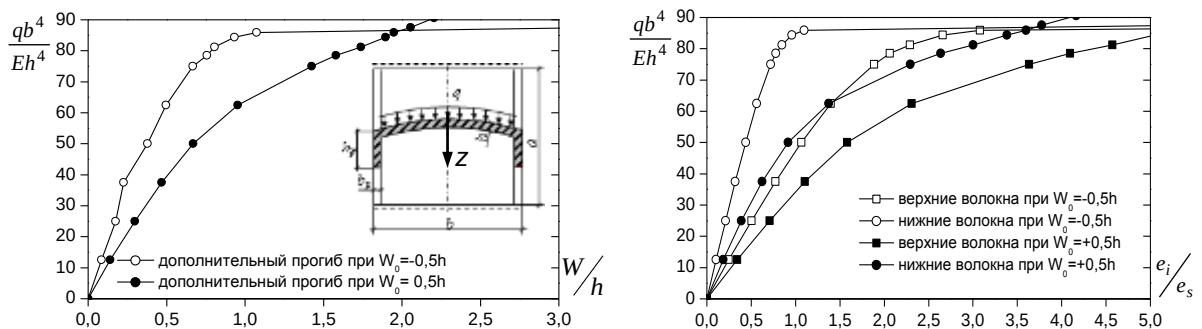


Рисунок 4 – Графики зависимости « $\bar{q} - \bar{W}$ » и « $\bar{q} - \bar{e}_i$ » в центральной части пологой цилиндрической оболочки с рёбрами жёсткости 2×5 см

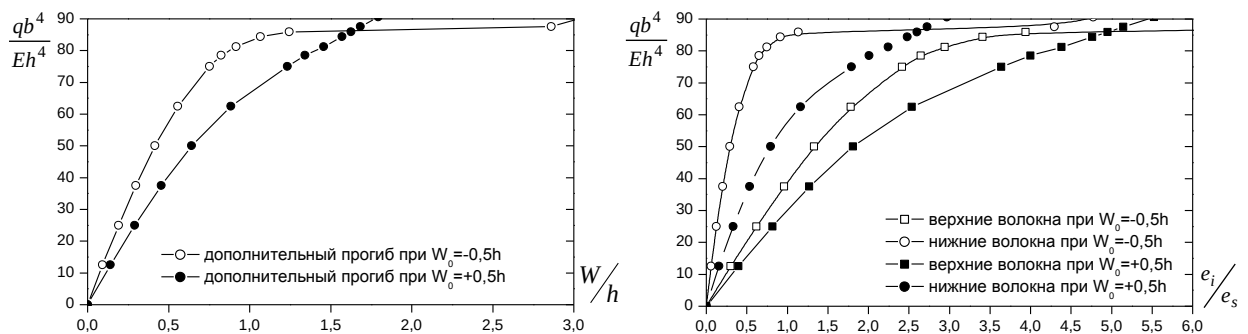


Рисунок 5 – Графики зависимости « $\bar{q} - \bar{W}$ » и « $\bar{q} - \bar{e}_i$ » в центральной части пологой цилиндрической оболочки с рёбрами жёсткости 4×11 см

Величина интенсивности деформаций больше при положительном начальном прогибе. Пластические деформации имеют большие значения в оболочке с положительным начальным прогибом, особенно на нижней по-

верхности. В верхних волокнах наибольшие пластические деформации возникают в центральной части оболочки.

Изгиб в пределах и за пределом упругости двухпанельной прямоугольной гибкой пластины при смещении центральной опоры. Исследовались двухпанельные пластины постоянной толщины $h = 1$ см (рисунок 6), находящиеся под действием ряда последовательных значений поперечной нагрузки $\bar{q} = qb^4 / Eh^4$ от 0 до 30.

Проводился анализ изменения НДС в пределах и за пределом упругости пластины, подкреплённой по центру ребром жёсткости (рисунок 6, б), и пластины, подкреплённой по центру жёсткой опорой (рисунок 6, в), при разном значении начального прогиба (смещения центральной опоры). Максимальная величина начального прогиба принималась равной $W_0 = 0; 0.5h; h; 1.5h$. Задача формулировалась как нелинейная, одновременно учитывалась физическая и геометрическая нелинейности.

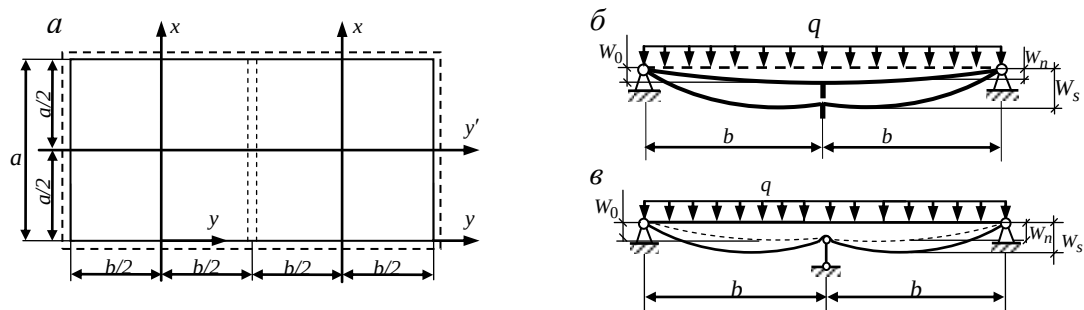


Рисунок 6 – Расчётная схема двухпанельной стальной пластины:
 а – в плане; б – пластина, подкреплённая по центру ребром;
 в – пластина, подкреплённая по центру жёсткой опорой

Для анализа НДС определялись перемещения (рисунок 7) и интенсивность деформаций (рисунок 8) при разных значениях начальных прогибов пластины, подкреплённой ребром, и пластины, подкреплённой по центру жёсткой опорой.

Общий анализ результатов расчёта гибких двухпанельных пластин, имеющих положительный начальный прогиб, показал, что увеличение смещения центральной опоры приводит к уменьшению перемещений (рисунок 7) и деформаций (рисунок 8), а соответственно, и напряжений пластины. При определённых значениях действующей нагрузки можно исключить появление зон пластичности за счёт изменения положения промежуточной центральной опоры.

Во всех рассматриваемых случаях расчёта для подкреплённых гибких пластин с начальным прогибом с увеличением поперечной нагрузки $\bar{q}$ приведённая интенсивность деформаций $\bar{e}_i = e_i / e_s$ плавно возрастает (рисунок 8), что указывает на активные деформации и нагружение, близкое к простому.

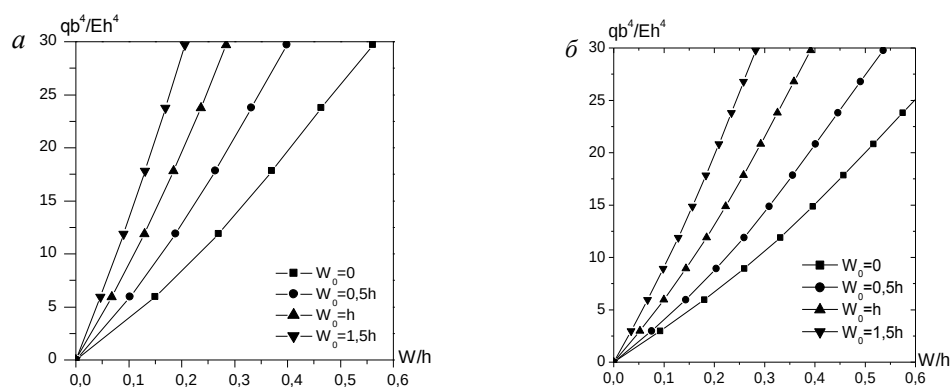


Рисунок 7 – График зависимости « $\bar{q} - \bar{W}$ » центра нагруженной панели:

a – пластины, подкреплённой по центру ребром;

b – пластины, подкреплённой по центру жёсткой опорой.

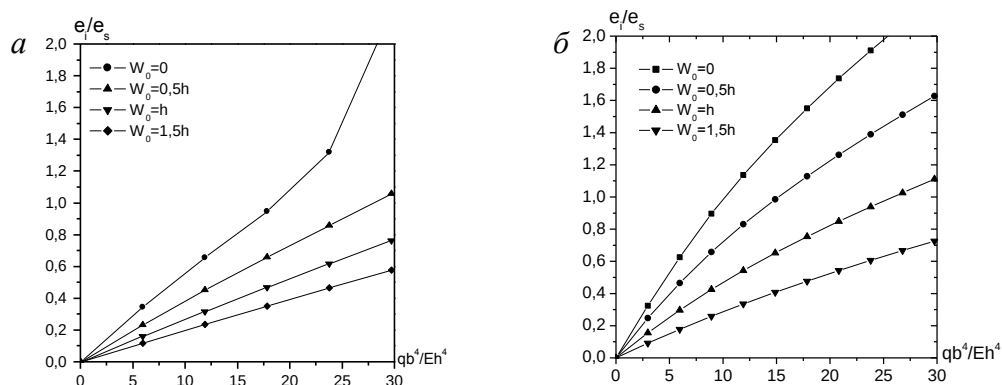


Рисунок 8 – График зависимости « $\bar{e}_i - \bar{q}$ » верхних волокон центра пластины:

a – пластины, подкреплённой по центру ребром;

b – пластины, подкреплённой по центру жёсткой опорой.

Влияние температуры на НДС подкреплённой двухпанельной пластины с начальным прогибом при действии несимметричной поперечной нагрузки. Исследовалась гибкая прямоугольная пластина постоянной толщиной $h=1\text{ см}$, подкреплённая по центру ребром жёсткости (рисунок 2), находящаяся под действием равномерной температуры и ряда последовательных значений равномерно распределённой нагрузки, приложенной к левой панели.

Для анализа НДС определялись перемещения W/h (рисунки 9, 10) и интенсивность деформаций e_i/e_s (рисунок 11, таблица 1) пластины. Максимальное значение начального прогиба в центре пластины принималось равным $W_0=0,5h$. Механические свойства материала изменялись в зависимости от величины температуры ($t_{\max}=20^\circ\text{C}-400^\circ\text{C}$).

При возникновении пластических деформаций графики интенсивности напряжений σ_i в зависимости от нагрузки и действующей температуры становятся неинформативны, так как для стали Ст3 интенсивность напряжений становится постоянной за пределом упругости материала (диаграмма Прандтля). Необходимую информацию дают графики интенсивности деформаций в зависимости от нагрузки « $e_i/e_s - q$ » и действующей температуры (рисунок 11).

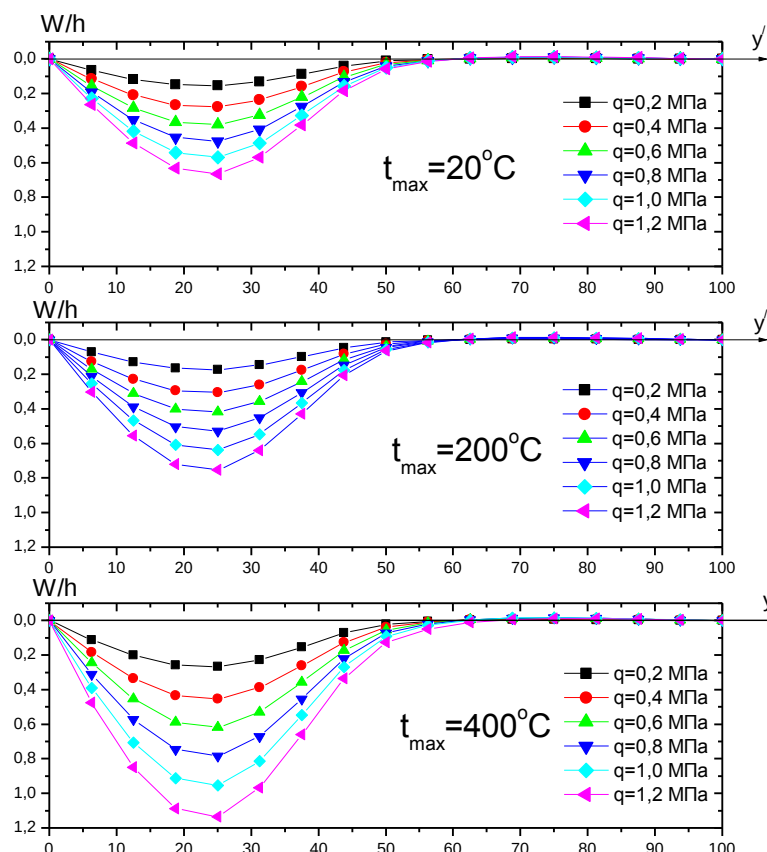


Рисунок 9 – Эпюры дополнительных прогибов по оси симметрии пластины

Полученные результаты расчёта показали, что наибольшие по величине прогибы и деформации возникают в нагруженной панели. При увеличении температуры механические свойства материала Ст3 значительно изменяются и пластина становится менее жёсткой. Чем больше температура, тем больше прогибы (рисунок 10) и интенсивность деформаций (таблица 1, рисунок 11). Особенно отличаются результаты при $t_{\max} = 400^{\circ}\text{C}$.

Таблица 1 – Интенсивности деформаций нижних волокон
в центре нагруженной панели

$W_o = +0,5h$ $q, \text{МПа}$	$t_{\max}, ^{\circ}\text{C}$				
	20°C	100°C	200°C	300°C	400°C
$q = 0,2$	0,45147	0,46886	0,5237	0,58549	0,72643
$q = 0,4$	0,84028	0,86886	0,96654	1,07653	1,30456
$q = 0,6$	1,1856	1,2327	1,37923	1,56865	1,9193
$q = 0,8$	1,54479	1,62527	1,83645	2,13856	2,62195
$q = 1,0$	1,94072	2,06432	2,35141	2,78981	3,40024
$q = 1,2$	2,37587	2,54829	2,919	3,51973	4,28037

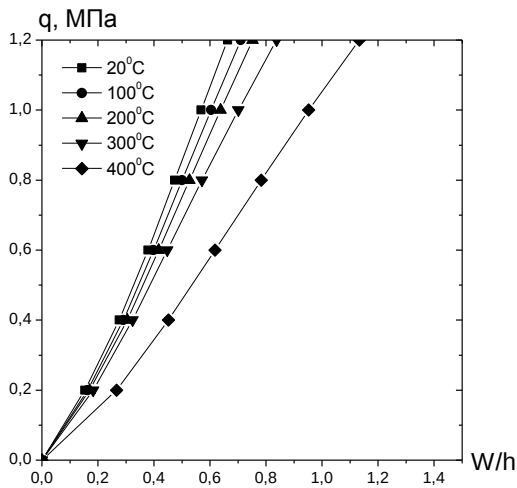


Рисунок 10 – График зависимости « $q - W/h$ » в центре нагруженной панели

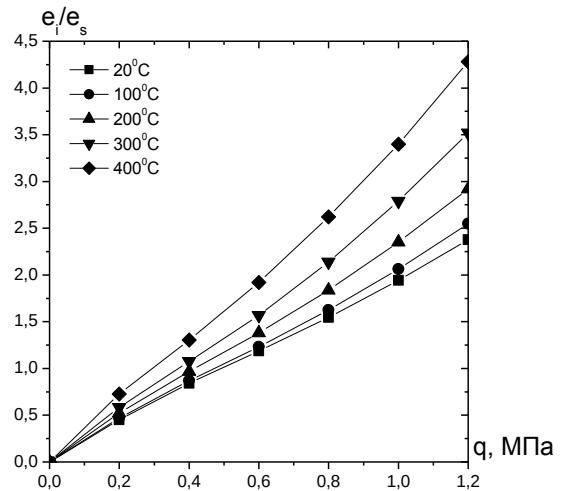


Рисунок 11 – График зависимости « $e_i/e_s - q$ » нижних волокон в центре нагруженной панели

Значения перемещений и интенсивности деформаций нижних волокон в центре нагруженной панели при температуре до 300°C и нагрузке до $q = 1,0\text{ МПа}$ незначительно различаются между собой. Перемещения при температурах 20°C и 100°C отличаются друг от друга на 6 % независимо от нагрузки. После 200°C идёт плавное увеличение значений перемещений. При нагрузке $q = 1,2\text{ МПа}$ перемещения в центре нагруженной панели при температуре 400°C увеличились на 41,5 % по сравнению с перемещениями при температуре 20°C .

Интенсивность деформаций с ростом температуры до 100°C увеличивается одинаково (на 4,2 %) и не зависит от величины действующей нагрузки. При величине нагрузки до $q = 0,4\text{ МПа}$ разница между величинами интенсивности деформаций при температурах 20°C и 400°C уменьшается (на 14 %). При большей нагрузке этот показатель увеличивается незначительно (на 3 %).

Все полученные зависимости нелинейные, что указывает на необходимость учёта физической и геометрической нелинейности и учёта разных физико-механических свойств материала при изменении температуры.

Влияние температуры, изменяющейся по полю, на НДС подкреплённой двухпанельной пластины со смещением уровня центральной опоры. Исследовалось влияние температуры, изменяющейся по полю согласно зависимости $t_y = (-1)^{k-1} \frac{y+b/2}{b} \cdot t_{\max}$, на НДС двухпанельной пластины постоянной толщиной $h = 1\text{ см}$. Максимальный начальный прогиб в центре пластины принимался равным $W_0 = -h; 0; +h$ (рисунок 12). Расчёт проводился при температурах $t_{\max} = 20; 100; 200; 300; 400, ^\circ\text{C}$.

При расчёте принималась модель Гольденблата – Николаенко, позволяющая учитывать характеристики материала, зависящие от температуры, путем построения аппроксимирующих зависимостей. В расчётах учитывались физическая и геометрическая нелинейности.

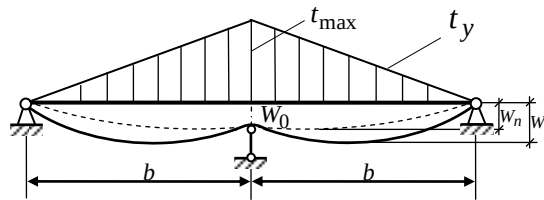


Рисунок 12 – Схема изменения температуры

Для анализа поведения пластины, находящейся в неравномерном температурном поле, определялись перемещения W (рисунок 13, таблица 2), возникающие от действия температуры, и интенсивность деформаций (таблицы 3, 4), характеризующие прочность и жёсткость двухпанельной пластины без учёта и с учётом начального смещения опоры.

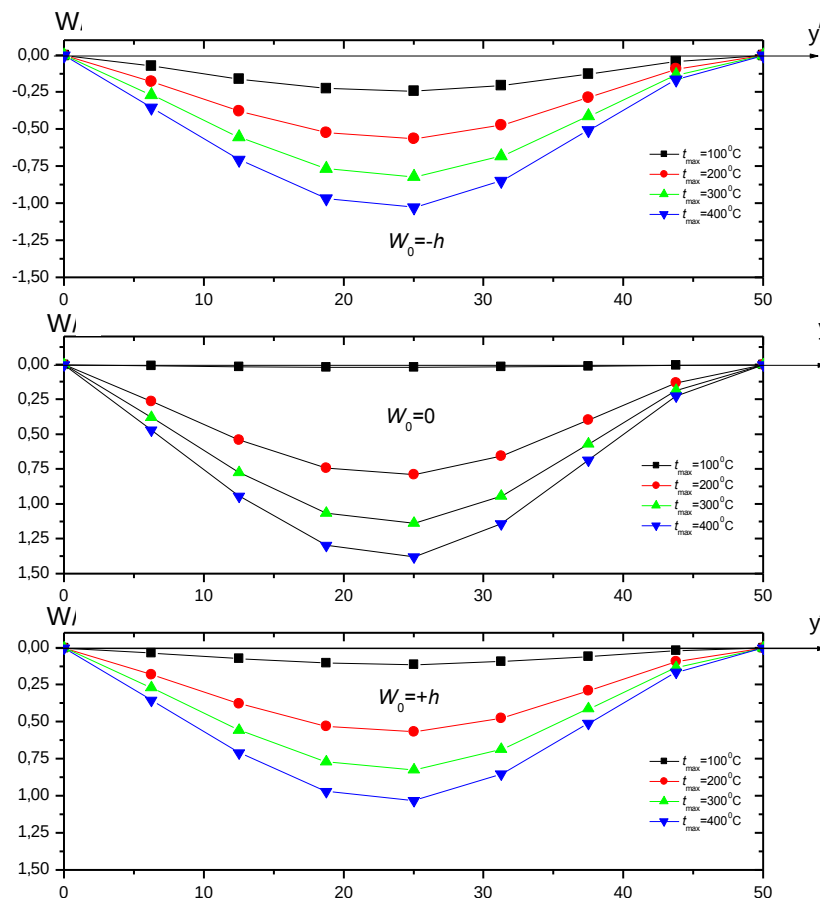


Рисунок 13 – Эпюры дополнительных прогибов по оси симметрии пластины

Таблица 2 – Дополнительные прогибы W в центре нагруженной панели

$t, ^\circ C$	$100^\circ C$	$200^\circ C$	$300^\circ C$	$400^\circ C$
W_0				
$W_0 = 0$	$0,021h$	$0,79h$	$1,14h$	$1,38h$
$W_0 = +h$	$0,11h$	$0,57h$	$0,82h$	$1,03h$
$W_0 = -h$	$0,25h$	$0,57h$	$0,82h$	$1,03h$

С ростом температуры максимальные дополнительные перемещения пластины возникают в центре панели при $W_0 = 0$ (рисунок 13). Разница между перемеще-

ниями пластины с начальным прогибом и без него при температуре 100°C составляет более 100 %. С ростом температуры эта разница уменьшается и составляет при 200°C 28 %, а при 400°C – 25 %. При этом наблюдается, что при температуре 100°C дополнительные перемещения W в пластине с положительным начальным прогибом меньше, чем при отрицательном начальном прогибе, а при 200°C и более перемещения W не зависят от знака начального прогиба.

При температуре, превышающей 200°C , в пластинах, имеющих начальный прогиб, значения интенсивности деформаций e_i / e_s нижних волокон в центре панели меньше, чем в пластине без начального прогиба. Так, при 300°C и $W_0 = 0$ $e_i = 2,982$, при $W_0 = +h$ $e_i = 2,361$, при $W_0 = -h$ $e_i = 2,614$ (таблицы 4).

Таблица 3 – Интенсивности деформаций e_i / e_s верхних волокон в центре нагруженной панели

$t, ^{\circ}\text{C}$ W_0	100°C	200°C	300°C	400°C
$W_0 = 0$	-0,491	-2,753	-3,962	-4,649
$W_0 = +h$	-0,371	-1,777	-2,622	-3,289
$W_0 = -h$	0,604	1,566	2,344	2,9

Таблица 4 – Интенсивности деформаций e_i / e_s нижних волокон в центре нагруженной панели

$t, ^{\circ}\text{C}$ W_0	100°C	200°C	300°C	400°C
$W_0 = 0$	-0,423	1,978	2,982	3,655
$W_0 = +h$	0,263	1,586	2,361	2,919
$W_0 = -h$	-0,781	-1,771	-2,614	-3,287

При температуре до 100°C большие значения интенсивности деформаций e_i / e_s возникают в центре панели пластины с отрицательным начальным прогибом по сравнению с пластинами без начального прогиба и положительным начальным прогибом. При температуре 200°C и выше в пластинах без начального прогиба ($W_0 = 0$) значения интенсивности деформаций e_i / e_s больше, чем в пластинах имеющих начальный прогиб (таблицы 3, 4).

В приложении к диссертации приведены полученные автором документы: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ; документы, подтверждающие внедрение результатов исследований диссертационной работы.

Основные выводы по диссертационной работе:

1. Разработана в аналитической форме физико-математическая модель расчёта пологих оболочек и пластин, нагруженных поперечной нагрузкой, позволяющая одновременно учитывать начальный прогиб, физическую и

геометрическую нелинейности, температурное воздействие при ограниченных пластических деформациях. Методика основана на энергетическом методе с применением функционала Лагранжа.

2. Обоснован метод линеаризации физических уравнений на каждом этапе приближения, позволяющий учитывать начальный прогиб элементов, физическую и геометрическую нелинейность, силовую нагрузку и действие температуры.

3. Обосновано применение метода сопряженных градиентов и метода переменных параметров упругости нелинейной модели В.В. Петрова, И.Г. Овчинникова, позволяющих учитывать начальные прогибы элементов конструкции.

4. Разработана компьютерная программа для определения НДС подкреплённых прямоугольных пластин и пологих оболочек с начальными прогибами при действии поперечной нагрузки с учётом физической и геометрической нелинейностей.

5. Исследована точность и сходимость разработанного алгоритма. Показано, что для определения НДС подкреплённых упругих прямоугольных пластин и пологих оболочек с погрешностью до 5 % достаточно взять три, а для упруго-пластического расчёта пять членов ряда функций перемещений с сеткой, равной одной двенадцатой соответствующего размера конструкции.

6. Получены, проанализированы и систематизированы результаты расчёта подкреплённых прямоугольных пластин и пологих оболочек с начальным прогибом с учётом физической и геометрической нелинейностей, нагруженных распределённой нагрузкой.

7. Исследовано влияние на НДС начальных прогибов подкреплённых пластин, полой оболочки и конструкций из них, нагруженных распределённой поперечной нагрузкой, при перемещениях, сравнимых с толщиной пластины, и ограниченных пластических деформациях с учётом физической и геометрической нелинейностей. Показана необходимость учёта начальных отрицательных прогибов, приводящих к большим значениям интенсивности деформаций и увеличению вертикальных перемещений W , по сравнению с нулевыми или положительными начальными прогибами. При исследовании влияния начального прогиба на НДС полой цилиндрической оболочки установлено, что более деформируемой является оболочка с положительным начальным прогибом.

8. Установлено влияние температуры (от 20°C до 400°C) на напряжённо-деформированное состояние подкреплённых пластин с начальным прогибом и ограниченными значениями пластических деформаций. Показано, что с повышением температуры увеличиваются прогибы и интенсивность деформаций.

9. Установлено, что при упругопластическом расчёте подкреплённых пластин и оболочек при действии нагрузки, превышающей нагрузку, вызывающую начало текучести, необходимо учитывать начальный прогиб, физи-

ческую и геометрическую нелинейности и изменение механических свойств материала при действии температурной нагрузки.

Дальнейшее развитие исследований видится в развитии предложенного численно-аналитического метода для расчёта нагруженных силовой нагрузкой подкреплённых пластин и пологих оболочек с учётом нелинейностей и ползучести материала.

Основное содержание диссертации отражено в публикациях

Статьи в журналах, включённых в перечень ВАК

1. Попов О.Н. Влияние симметричной общей начальной погиби на напряжённо-деформированное состояние и устойчивость пологих цилиндрических оболочек / О.Н. Попов, М.О. Моисеенко, Т.А. Трепутнева // Строительная механика и расчёт сооружений. – № 4. – 2010. – С. 34–39.
2. Попов О.Н. Напряжённо-деформированное состояние гибкой пластины с начальным прогибом контурного ребра за пределом упругости / О.Н. Попов, М.О. Моисеенко, Т.А. Трепутнева // Строительная механика и расчёт сооружений. – №5. – 2012. С. 50-55.
3. Попов О.Н. Состояние вопроса по расчету неоднородных элементов конструкций за пределом упругости / О.Н. Попов, А.П. Малиновский, М.О. Моисеенко, Т.А. Трепутнева // Вестник ТГАСУ– № 4. – 2013. – С. 128-142.
4. Моисеенко М.О. Изгиб за пределом упругости двупольной прямоугольной гибкой пластины с симметричной начальной погибью, подкреплённой центральным ребром жёсткости/ М.О. Моисеенко, О.Н. Попов, Т.А. Трепутнева // Строительная механика и расчёт сооружений. – №6. – 2014. – С. 40-44.
5. Трепутнева Т.А. Влияние начального прогиба на перемещения и деформации гибкой подкреплённой пластины / Т.А. Трепутнева // Вестник ТГАСУ. – №3. – 2016. – С. 121-128.
6. Моисеенко М.О. Влияние температурного воздействия на НДС подкреплённой пластины с начальным прогибом / М.О. Моисеенко, Т.А. Трепутнева // Вестник ТГАСУ. – №5. – 2016. – С. 121-128.
7. Моисеенко М.О. Исследование на прочность и жесткость с учетом нелинейности несимметрично нагруженной пластинчато-стержневой системы с начальным прогибом / М.О. Моисеенко, О.Н. Попов, Т.А. Трепутнева // Строительная механика и расчет сооружений. – № 4. – 2016. – С. 10-17.
8. Моисеенко М.О. Деформируемость двухпольной гибкой пластины с начальным прогибом при неравномерном нагреве / М.О. Моисеенко, О.Н. Попов, Т.А. Трепутнева // Строительная механика и расчет сооружений. – №5. – 2017. – С. 21-27.
9. Моисеенко М.О. Изменение величин напряжений, прогибов в пластине с начальным прогибом под действием неравномерного температурного поля / М.О. Моисеенко, О.Н. Попов, Т.А. Трепутнева, А.В. Гордиенко // Строительная механика и расчет сооружений. – №2. – 2018. – С. 26-31.
10. Трепутнева Т.А. Напряжённо-деформированное состояние подкреплённых тонкостенных элементов конструкций / Т.А. Трепутнева, М.О. Моисеенко, О.Н. Попов, В.Н. Барашков, Д.Н. Песцов // Вестник ТГАСУ. – №4. – 2021. – С. 69-78.

Свидетельство на программу для ЭВМ

11. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017614725 (RU). Расчёт тонкостенных конструкций с начальным прогибом / О.Н. Попов, М.О. Моисеенко, Т.А. Трепутнева. – №2017611633; заявл. 28.02.2017; опубл. 26.04.2017.

Статьи в журналах, индексируемых в Scopus и Web of Science

12. Nonlinear Calculation of a System of Rectangular Plates with Due Regard to Changes in the Mechanical Properties of the Material / M. Moiseenko, A. Malinovskiy, O. Popov, T. Treputneva // AIP Conference Proceedings 2. – 2016. – P. 040012.

13. Asymmetrically loaded supported plate with initial deflection with limited plastic deformations / T. Treputneva, O. Popov, M. Moiseenko, R. Moiseenko // AIP Conference Proceedings 3. – 2017. – P. 040004.

14. Temperature influence on strain state of a flexible plate/ T. Treputneva, O. Popov, M. Moiseenko, V. Maksak, A. Malinovskiy, N. Mescheulov // MATEC Web of Conferences 143. – 2018. – P. 01015.

15. Mathematical method of design of reinforced plates with initial deflection / T. Treputneva, O. Popov, M. Moiseenko, M. Savintseva // AIP Conference Proceedings 2103. – 2019/ – P. 020019.

Публикации в других изданиях

16. *Трепутнева Т.А.* Исследование напряженно деформированного состояния подкреплённых пластин с учетом изменения свойств материала от воздействия температуры / *Т.А. Трепутнева, Д.С. Бухтояров, Е.В. Глыбина, М.О. Моисеенко, О.Н. Попов* // Перспективные материалы в технике и строительстве (ПМТС-2013). Материалы Первой Всероссийской научной конференции молодых ученых с международным участием. – Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2013. – С. 155-158.

17. Попов О.Н. Анализ влияния начальной погиби на напряженно-деформированное состояние несимметрично нагруженных прямоугольных гибких пластин, подкрепленных центральным ребром с учетом физической нелинейности / О.Н. Попов, М.О. Моисеенко, *Т.А. Трепутнева* // IX Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник докладов (Казань, 20-24 августа 2015 г.). – Казань: Изд-во Изд-во Казан. Ун-та, 2015. – С. 3095-3096

18. *Трепутнева Т.А.* Расчёт подкреплённых пластин с начальным прогибом / *Т.А. Трепутнева, О.Н. Попов, М.О. Моисеенко* // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: Сборник трудов X всероссийской научной конференции, , 03-05 сентября 2018 г, г. Томск. – Томск: Томский государственный университет, 2018. – 231 с. – С. 142-144

19. Моисеенко М.О. Расчет несовершенной гибкой пластины с учетом термосилового воздействия / М.О. Моисеенко, О.Н. Попов, *Т.А. Трепутнева* // Актуальные вопросы архитектуры и строительства. Материалы XIV Международной научно-технической конференции. – М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Новосиб. гос. архитектур.-строит. ун-т (Сибстрин). – Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2021. – С. 9-14.

Подписано в печать _____ 2022. Формат 60х84.

Бумага офсет. Гарнитура Таймс. Уч.-изд.л. 1,15.

Тираж 100 экз. Заказ № _____.

Изд-во ФГБОУ ВО «ТГАСУ», 643003, г. Томск, пл. Соляная, 2.

Отпечатано с оригинал-макета автора в ООП ФГБОУ ВО «ТГАСУ».

634003, г. Томск, ул. Партизанская, 15.